Министерство образования и науки
Российской Федерации
КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.А. СТЕПАНЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

Часть 1
Учебное пособие

Краснодар
2010

Министерство образования и науки
Российской Федерации
КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.А. СТЕПАНЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

Часть 1

Допущено отделением Научно-методического совета
по математике Министерства образования и науки РФ в ЮФО
в качестве учебного пособия по направлению
«Безопасность жизнедеятельности» и специальностям
«Безопасность жизнедеятельности в техносфере», «Защита в ЧС»,
«Пожарная безопасность»

Краснодар
2010

УДК 621.192
ББК 30.14я2
С 794

Рецензенты:
Кандидат технических наук, профессор
В.В. Магеровский
Кафедра БЖД и защиты в ЧС НЧОУ ВПО
«Кубанский социально-экономический институт»

Степаненко, Е.А.
С 794 Математические методы оценивания надежности технических систем и техногенного риска: учеб. пособие. Ч. 1. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2010. 201 с. 500 экз.
ISBN 978-5-8209-0702-9

Предлагаемое издание содержит основные положения теории надёжности технических систем, которые создают методическую базу для проведения исследования и оценки надёжности технических систем и техногенного риска.

Адресуется студентам специальностей «Безопасность жизнедеятельности в техносфере», «Безопасность жизнедеятельности в ЧС», «Пожарная безопасность», а также может быть полезно аспирантам и инженерам, приступающим к оценке надежности технических систем.

УДК 621.192
ББК 30.14я2

ISBN 978-5-8209-0702-9

ВВЕДЕНИЕ

Цель научно-технического прогресса – создание совершенных систем и машин, повышение комфорта и безопасности жизни человека. Создаются конструктивно и организационно более сложные системы. Однако современная цивилизация столкнулась с серьезной проблемой, заключающейся в том, что основа бытия общества – промышленность сконцентрировала в себе колоссальные запасы энергии и новых материалов, стала угрожать жизни и здоровью людей и окружающей среде.

Авария в условиях современной техносферы по своим масштабам и тяжести последствий стала сравнима с природными катастрофами и разрушительными последствиями военных действий с применением ядерного оружия. По данным статистики последние 20 лет XX столетия принесли 56% наиболее крупных катастроф в промышленности и на транспорте. Установлено, что ущерб от аварийности и травматизма достигает 15% от валового национального продукта промышленно развитых государств, а экологическое загрязнение окружающей природной среды и несовершенная техника безопасности служат причиной преждевременной смерти до 30% мужчин и до 20% женщин. В России высокая степень аварийности обусловлена существенным (до 80%) износом оборудования. В наибольшей степени аварийность свойственна угольной, горнорудной, химической, нефтегазовой и металлургической отраслям промышленности и транспорту. В последнее время возросла аварийность в коммунальном хозяйстве, на системах жизнеобеспечения людей в населенных пунктах также из-за высокого износа. Особое значение приобретает предупреждение аварий в атомной энергетике, химической промышленности, при эксплуатации военной техники, где используются и обращаются мощные источники энергии, высокотоксичные и агрессивные вещества. Все это требует серьезного рассмотрения проблем безопасности, так как из-за техногенных и экологических катастроф может быть поставлено под сомнение само существование человеческой цивилизации.

Каждая система предназначена для решения определенных задач. Способность и уровень решения задач системой определяет ее эффективность. ***Эффективность*** – обобщенное свойство, характеризующее степень соответствия системы поставленным задачам (требованиям). Различают также ***эффективность функционирования системы*** как степень соответствия результатов выполнения системой возложенных на нее функций требуемому уровню. ***Эффективность*** – обобщенное свойство системы определяется:

– качеством системы;
– условиями функционирования (применения) системы;
– способами управления процессами функционирования (способами применения системы).

Качество системы – это совокупность свойств, определяющих её степень пригодности для использования по назначению.

Система сможет проявить свое качество, если она работоспособна. ***Система работоспособна***, если значения всех параметров системы соответствуют требованиям нормативно-технической и конструкторской документации.

Свойство системы сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность системы выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования, называется ***надежностью.***

В этом определении подчеркнуто, что надежность – это:

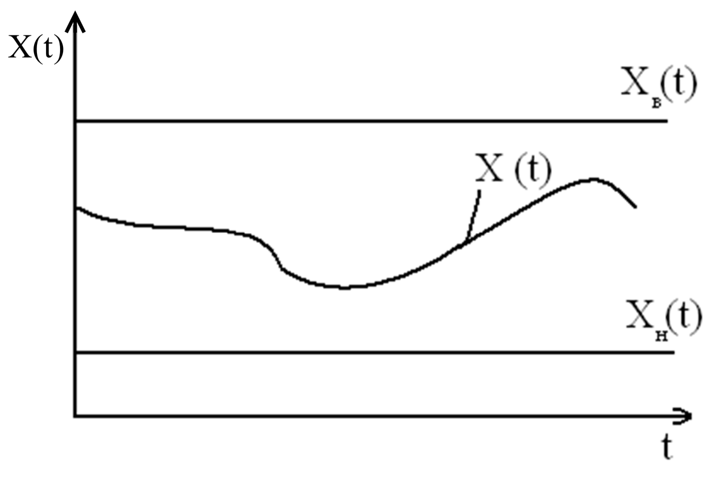
1) свойство технической системы, причем обобщенное свойство качества ее функционирования;

2) то, что техническая система должна непрерывно во времени сохранять значения выходных параметров в установленных пределах:

$$X(t) \in [X_н, X_в];$$

3) выполнение требуемых функций в заданных режимах и условиях функционирования (применения);

4) соблюдение условий эксплуатации.



Здесь t – текущее время функционирования системы;

$X_в$(t), $X_н$(t) – соответственно верхняя и нижняя границы допустимых значений параметра X(t).

Кратко надежность можно определить как свойство машины (системы) сохранять требуемые значения ее показателей функционирования в течение всего периода ее использования.

Теория надежности – это научная дисциплина, в которой изучают закономерности возникновения и устранения отказов. Также теорию надежности определяют как научную дисциплину, в которой разрабатываются и изучаются методы обеспечения эффективности работы объектов в процессе эксплуатации.

Особое значение надежность приобрела в автономных системах (космические, авиационные, подводные корабли), в системах жизнеобеспечения: энерго-, водо-, тепло- и газоснабжения, в производстве химически опасных веществ, на транспорте и т.п.

Во всех этих системах нарушение работоспособности может повлечь не только прекращение функционирования, но и наступление последующих чрезвычайных событий, которые ведут либо к гибели объекта и зачастую людей (космический корабль «Восход-1» с космонавтом В.М. Комаровым и «Восход-2» с космонавтами П.И. Беляевым и А.А. Леоновым, атомные подводные ракетоносцы «Комсомолец» и «Курск»), либо к заражению местности (разрушение 4-го энергоблока на Чернобыльской АЭС в 1986 г.), либо к авариям на химических заводах с выбросом в окружающую среду (в атмосферу, в воду, на землю) вредных химических веществ, либо к авариям на транспорте (в 2007 г. во время шторма в Керченском проливе затонули суда с мазутом и произошло загрязнение моря и береговой зоны мазутом – произошла экологическая катастрофа) и т.п. Кроме прямого ущерба от аварии наступают и косвенные потери, связанные, например, с нарушением жизнеобеспечения соответствующих жителей, т.е. это влечет и колоссальные экологические потери, и человеческие жертвы, и материальный ущерб.

В процессе функционирования любые механические, электрические, пневматические, гидравлические и прочие изделия подвержены воздействию физико-химических и механических факторов, в результате которых происходит износ, старение, изменение свойств элементов системы. В конечном итоге они могут либо разрушаться, либо терять способность выполнять свои функциональные задачи, либо их технико-эксплуатационные характеристики приходят в несоответствие с нормативно-технической и конструкторской документацией. Это объективное свойство всех технических систем. Закономерности этих процессов, их динамику и характеризует надежность – обобщенная характеристика качества системы.

Человек всегда интуитивно учитывал эти закономерности и решал вопросы надежности при создании технических систем. Первоначально это осуществлялось на основании здравого смысла, интуиции мастера и накопленного опыта, который передавался из поколения в поколение. В механике, особенно в строительной, обеспечение надежности осуществлялось путем создания определенного избыточного запаса прочности, уровень которого формировался на основе накопленного опыта. XX в. ознаменовался бурным развитием науки и техники, и здесь надежность создаваемых систем (различные воздухоплавательные аппараты; наземные транспортные системы: автомобили, железнодорожная техника, пароходы; системы связи и т.п.) заявила о себе самым решительным образом. Простого опыта стало уже недостаточно. Необходимо было выявлять механизм (закономерность) выхода системы из строя (отказа). Для этого применяли методы математической статистики. Стали накапливать данные о длительности работы систем до отказа, о частоте отказов и других параметрах функционирования систем и, обрабатывая эту информацию методами математической статистики, определять (оценивать) значения этих параметров. Это позволило оценить работоспособность относительно простых механических и электрических (а затем и электронных) элементов, решать вопросы гарантированного обслуживания и условий текущей профилактики. Ведь при эксплуатации систем главная задача не допустить наступление отказа в системе, упредить его наступление профилактическими мероприятиями. Нельзя создать абсолютно надежную систему, но можно при грамотно организованной эксплуатации, обслуживании и профилактике исключить неконтролируемые отказы. Для сложных систем только статистических оценок уже было недостаточно. Необходимо было решать задачу прогнозирования состояния системы, определять характер ее функционирования в будущем, для чего начали разрабатывать математические модели функционирования систем, процессов износа и старения их элементов и определения моментов наступления отказов в реальных системах. Наряду с этим в авиации и космической технике создают так называемый пилотный образец, который функционирует в опережающем режиме, и возможные слабые места выявляются в нем до того, как они проявят себя в реальных рабочих образцах. Особую актуальность, как уже отмечалось, это приобрело в системах жизнеобеспечения населенных пунктов, особенно в крупных городах, где без бесперебойного функционирования систем электроснабжения, водо- и теплоснабжения, транспортных систем, систем канализаций и уборки мусора просто невозможна жизнь человека и его безопасность. В связи с этим в последнее время надежность как прикладная техническая наука получила существенное развитие со своим объектом, предметом и задачами.

В теории надежности выделяют три группы задач (раздела):

- расчет и оценка надежности систем;
- статистическое оценивание показателей и параметров систем;
- повышение и оптимизация надежности.

В первом разделе решается следующая общая проблема: дана система с известной структурой соединения элементов и заданным функциональным значением. Имеется некоторая ***априорная*** информация о надежности элементов этой системы. Требуется рассчитать или, по крайней мере, оценить надежность всей системы.

Во втором разделе исследуется проблема оценки надежности по результатам испытаний – задачи статистической теории надежности. Реальные значения надежности элементов можно определить только по результатам исследований этих элементов в режимах, по возможности близких к реальным режимам эксплуатации, и обработать их результаты методами математической статистики. Один из ключевых моментов здесь –

выбор плана испытаний, поскольку их множество. Для этого применяется математическая теория планирования эксперимента.

В третьем разделе – разрабатывают методы повышения и оптимизации надежности. Это методы оптимального синтеза систем:

- оптимальное резервирование систем;
- оптимальный поиск неисправности;
- оптимальная программа создания системы;
- оптимальное обслуживание системы.

С надежностью технических систем связан ряд аспектов их создания и применения.

1. Надёжность и эффективность труда. Недостаточная надёжность технической системы ведет к потере времени, срыву планов производства, понижению качества выпускаемой продукции – всё это в конечном итоге снижает эффективность труда на данном производстве.

2. Надёжность и автоматизация. Одним из основных направлений повышения эффективности производства является его ***автоматизация.*** Но это возможно только при достаточно высокой надёжности машин и механизмов, входящих в эту систему, в противном случае все усилия будут тратиться на поиск и устранение часто появляющихся неисправностей в элементах системы.

3. Надёжность и безопасность. Недостаточный уровень надежности системы может приводить к большим экономическим потерям, а иногда и к гибели людей в различных катастрофах. Ежегодно в мире происходит около 1 200 крупных аварий на судах. На дне мирового океана в результате аварий находится более 50 ядерных боеголовок и более 10 ядерных реакторов. И это только суда. Надёжность машин – один из основных факторов проблем безопасности.

5. Надёжность и экология. Нарушение работоспособности и выход из строя технических систем оказывает непосредственное влияние на окружающую среду и экологическую обстановку на планете Земля:

- выбросы в атмосферу вредных загрязняющих веществ;

– тепловое воздействие на окружающую среду, отбросы смазочных материалов и износившихся деталей машин, последствия аварий, особенно на АЭС или атомных реакторах на ПЛ и судах;

– пожары на месте падения самолётов;

– разливы нефтепродуктов при авариях танкеров и т.п.

Учитывая огромный и все возрастающий парк машин и механизмов на планете, даже незначительные воздействия на окружающую среду суммируются и порождают серьезные проблемы в экологии.

Теория надежности относится к совсем новым направлениям научной мысли, зародившимся лишь в середине XX столетия в связи с бурным прогрессом науки и техники и резким увеличением роли технических систем в жизни человечества. Там, где еще недавно господствовал ручной труд, теперь работают совершенные машины, позволяющие быстрее и точнее производить необходимые производственные операции. В ряде отраслей промышленности появляются роботы, способные осуществлять монотонные операции, требующие исключительной аккуратности и точности выполнения или же операции, производящиеся в условиях, опасных для здоровья и жизни человека. Появляются поезда и самолеты с фантастическими скоростями. Человеческое общество создало разнообразные технические системы, позволяющие в невиданных размерах ускорять технологические процессы и автоматизировать управление качеством изготовляемой продукции, широко использовать на работе и в быту совершенные виды энергии, передавать ее от места производства к потребителям зачастую за сотни и тысячи километров. Все это значительно облегчает жизнь человека, но при одном дополнительном условии: все технические средства должны работать безупречно и не выходить из рабочего состояния. Любая неполадка в работе наших механических и электронных помощников вызывает не только неудобства, но часто и непоправимые последствия. От бесперебойного функционирования технических систем зависит теперь сохранение огромных материальных ценностей, а также здоровье и жизнь людей.

Действительно, отказ прибора «искусственные почки» грозит гибелью пациента, который вынужден прибегать к их помощи. Выход из строя двигателей, разгерметизация кабины или ослабление крепления крыла к фюзеляжу грозит гибелью не отдельным лицам, а десяткам и даже сотням пассажиров. От управляющих устройств на химических предприятиях, которые теперь в достаточно высокой мере автоматизированы, в значительной мере зависит правильность протекания технологических процессов. Нарушение их может привести к образованию повышенных давлений, проникновению в окружающую среду агрессивных компонент, выбросам расплавленных масс. Известно, что в 1977 г. Нью-Йорк испытал тяжелейшую техногенную катастрофу, связанную с выходом из строя системы электроснабжения. Жизнь мегаполиса была полностью дезорганизована: перестало работать метро, остановились лифты, прекратили свою работу столовые и кафе, в больницах вынуждены были прервать многие лечебные процедуры и срочные хирургические операции, на улицах резко увеличилось количество бандитских нападений на граждан, мародерство. И все это началось с выхода из строя реле в системе управления одной из станций, снабжающих этот город электроэнергией.

Сказанное убедительно объясняет пристальное внимание к разработке проблем теории надежности, проявленное всеми развитыми в промышленном отношении странами мира примерно четыре десятилетия назад. Более того, многие специалисты считают, что проблемы надежности технических изделий представляют собой задачу номер один нашего времени. Во всяком случае, если говорить об автоматизации производства, то без создания надежных управляющих устройств ее внедрение в жизнь может приносить серьезный экономический и моральный ущерб. Несомненно, от решения вопросов надежности зависит не только экономическая целесообразность новых технических идей, но и сам технический прогресс в целом, комфортность и безопасность нашей жизни.

Таким образом, безопасность технических систем неразрывно связана с их надежностью. Надежность технических систем – необходимое условие их безопасного функционирования. На этапе эксплуатации (применения) технических систем их надежность определяется двумя факторами: конструктивной надежностью системы, заложенной в нее при проектировании и создании; организацией эксплуатации системы.

Основное внимание в данной работе сосредоточено на методологии оценивания надежности технических систем и в частности на таких основополагающих понятиях как отказ и показатель надежности; методах оценивания надежности элементов и систем заданной структуры; вопросах повышения надежности путем введения различных форм структурной избыточности.

Для специалистов в области техногенной и пожарной безопасности и безопасности в ЧС важную роль в их практической деятельности кроме вопросов, изложенных в данном выпуске, играют вопросы оценивания надежности ТС на этапе эксплуатации, оценивания мероприятий по поддержанию в технической системе требуемого уровня надежности и задачи оценивания показателей надежности по статистическим данным. Эти вопросы предполагается изложить во второй части данного учебного пособия.

Большую помощь в подготовке данного издания (техническая работа) оказали студенты 4-го и 5-го курсов специальности «Безопасность жизнедеятельности в техносфере», за что им моя искренняя благодарность. Особо хочу отметить в этой работе Е. Белашову, которая приняла участие в работе над п. 2.7 и 3.5 и Г. Рамазанову.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Технические системы и их классификация

Объектом исследования теории надежности является техническая система (ТС).

Под ***технической системой**** будем понимать объект, созданный человеком для выполнения определенных функциональных задач (операций).

Операция – это упорядоченная совокупность взаимосвязанных действий, объединенных общим замыслом и направленных на достижение вполне определенной цели.

Это может быть механическая конструкция, электрическое или электронное устройство либо некоторая комбинация этих элементов, например, организационно-техническая система. Примером технической системы могут быть: автомобиль, самолет, переключающий автомат, компрессор, турбина, технологическая линия предприятия, система энергоснабжения города или региона, транспортная система пассажирских перевозок города и т.п.

При функционировании технической системы, при решении функциональных задач и выполнении той или иной целевой операции в системе должна выполняться последовательность конкретных действий или событий, т.е. последовательно или совместно должны сработать механизмы или элементы системы. Эти элементы можно выделить как определенную совокупность – ***минимальную структуру***, обеспечивающую системе возможность выполнять функциональные задачи. Если хотя бы

---

* В дальнейшем мы не всегда будем использовать термин «техническая система». Будем говорить о системе, изделии, образце, если не потребуется особо подчеркнуть, что речь идет о технической системе, а не вообще о системе в общесистемном смысле.

один элемент этой структуры будет неисправен (откажет), то система будет не способна выполнять свое функциональное предназначение. Эта структура и будет определять исходную надежность системы как способность системы выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения в течение необходимого времени. Относительно надежности этой структуры и ведут исследования, направленные на обеспечение или повышение ее уровня различными способами.

При анализе надежности системы различают конструктивную и функциональную структуры, которые могут элементно не совпадать. Структура системы представляет совокупность элементов и связей между ними. Под ***элементом*** системы в теории надежности понимают такой объект, который в условиях данной задачи исследования принимается неделимым, как некая цельность. В соответствии с этим определением один и тот же объект в одной задаче может быть элементом, а в другой – системой. Так, например, городская ТЭЦ при исследовании ее функционирования рассматривается как система, состоящая из следующих элементов: турбин, генераторов, систем управления, элементов преобразования энергии, систем эксплуатации и т.п. В то же время при исследовании системы энергоснабжения города та же ТЭЦ будет рассматриваться как подсистема или даже как элемент – производитель энергии (система генерации).

Чаще всего при исследовании надежности системы строят функциональную или логическую структуру, основу которой составляет технология выполнения операции (функциональной задачи). В этом случае структура будет определять путь прохождения «полезного» сигнала либо путь (последовательность) выполнения операции (функциональной задачи). В силу этого построение структуры системы является необходимым этапом исследования надежности. Соответственно различают системы простейших структур и системы со сложной структурой.

Некоторые авторы [4] называют эти структуры ***структурными схемами надежности***, которые определяют взаимосвязь между работой подсистем (элементов) в определенной последовательности.

Если для успешного функционирования системы необходима безотказная работа всех ее элементов, то ее называют ***последовательной системой*** (система с последовательной структурой).

Если при отказе одного или нескольких элементов их функциональные операции могут выполнять оставшиеся работоспособные элементы, то такие системы называют ***параллельными*** (система с параллельной структурой).

Однако в практике создаются системы, обладающие свойствами и тех и других. Такие системы называют ***системами со смешанным соединением*** (со смешанной структурой).

Для разработки методик определения надежности технических систем проводят их классификацию, т.е. разбиение технических систем на классы общности по методикам оценки надежности. В основу такой классификации положены особенности структуры системы, характер выполнения функциональных задач и условия эксплуатации.

1. Все системы можно разделить на две группы:

− одноразовые;

− многоразовые.

К одноразовым системам относят такие, которые после выполнения функциональной задачи либо разрушаются, либо их дальнейшее применение нецелесообразно или невозможно. Это различные ракетные и космические объекты, боеприпасы, простейшие электроприборы, различные комплектующие элементы, некоторые элементы системы обеспечения безопасности и т.п. Так, в настоящее время все ракеты, в том числе ракеты-носители, являются одноразовыми системами. Для таких систем время выполнения функциональной задачи фиксировано, и ракета должна функционировать в течение этого времени в соответствии с программой управления. Эти системы относят к классу невосстанавливаемых.

К многоразовым системам относят такие системы, процесс функционирования которых может быть представлен определенной последовательностью состояний (рис. 1.1.1).

Процесс эксплуатации таких систем состоит из периодов решения задачи и перерывов в решении задач на профилактики и ремонты. После профилактики или ремонта такая система может возобновить или продолжить решение исходной задачи либо приступить к решению новой задачи.

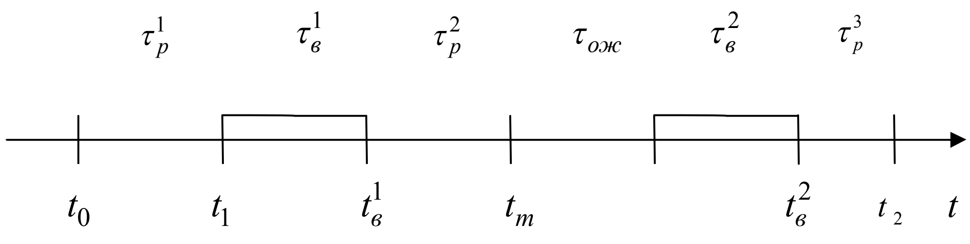


Рис. 1.1.1

На рис. 1.1.1 приняты следующие обозначения:

t_0 – начало функционирования системы (выполнения целевой задачи);

t_1, t_2 – моменты окончания выполнения целевой задачи;

t_m – момент потери системой работоспособностью, т.е. переход системы в состояние, при котором она по техническим причинам будет не способна выполнять целевую задачу;

$t_в^1, t_в^2$ – момент окончания восстановления работоспособного состояния системы;

τ_p^1, τ_p^2, τ_p^3 – длительность функционирования системы;

$\tau_в^1, \tau_в^2$ – длительность восстановления работоспособного состояния системы;

$\tau_{ож}$ – длительность перерыва в работе.

Эти системы являются восстанавливаемыми. Многоразовые системы могут выполнять целевые задачи в непрерывном режиме либо циклически, когда процесс функционирования прерывается по условиям технологии, либо по условиям решения задачи. К последним можно отнести, например, транспортные средства городской системы пассажирских перевозок. Такие средства в ночное время не функционируют.

2. Все системы могут быть с резервированием (Р) и без резервирования (БР) (рис. 1.1.2).

БР − система, которая не имеет резервных (дублирующих) элементов (рис. 1.1.3) и в случае выхода из строя любого ее элемента прекращает функционирование;

Р − система, которая имеет дублирующие (резервные элементы) (рис. 1.1.4−1.1.8).

Причем резервирование может быть либо всей системы (рис. 1.1.4), либо поэлементное (рис. 1.1.5), либо поблочное, либо скользящее (рис. 1.1.6).

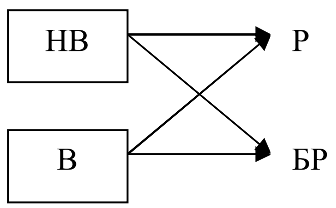


Рис. 1.1.2. Классификация технических систем

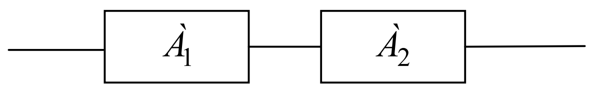


Рис. 1.1.3. Исходная нерезервированная система

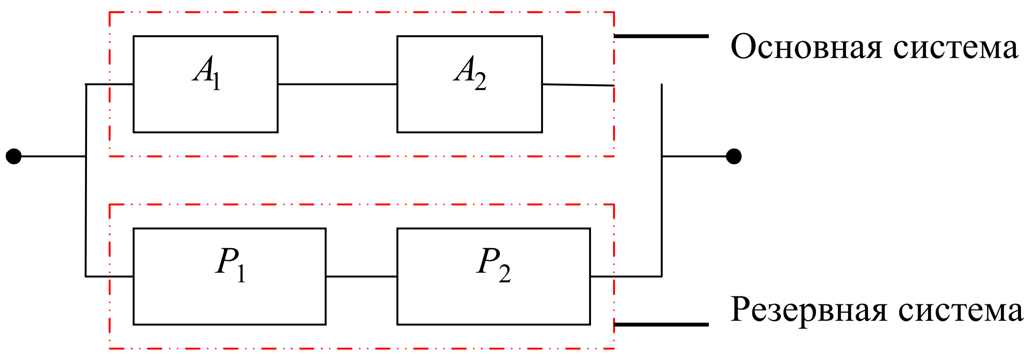


Рис. 1.1.4. Системное резервирование

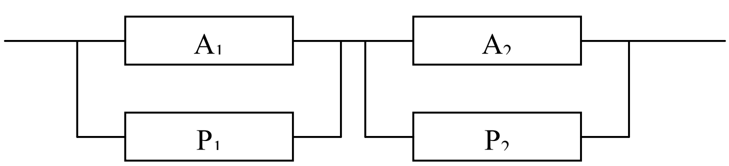


Рис. 1.1.5. Поэлементное резервирование

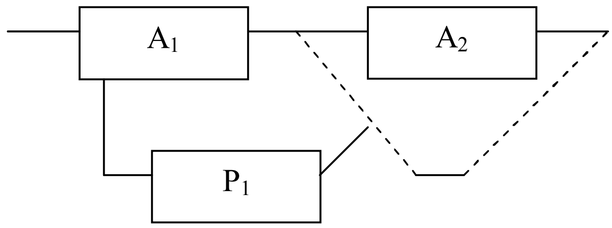


Рис. 1.1.6. Скользящее резервирование

По режиму использования различают резервирование:

− нагруженное (горячий резерв);

− ненагруженное (холодный резерв);

− включенное, но ненагруженное (теплое резервирование).

Нагруженный резерв − резервные элементы включены и функционируют одновременно с основными элементами в том же режиме, а прекращение функционирования системы наступает после выхода из строя основного и всех резервных элементов (рис. 1.1.7).

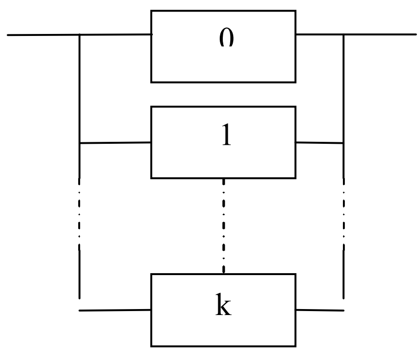


Рис. 1.1.7. Нагруженный резерв

Ненагруженный резерв − дублирующие элементы в исходном состоянии не находятся под нагрузкой и не включены, а включаются только при выходе из строя предыдущего функционирующего элемента (рис. 1.1.8).

Теплый резерв − резервные элементы включены, но не нагружены. Полную нагрузку резервные элементы принимают по мере выхода из строя предыдущего функционирующего элемента. Этот способ резервирования является промежуточным между первыми двумя. Отличие от ненагруженного резерва состоит в том, что при этом способе резервирования резервные элементы могут выйти из строя (отказать) и на этапе ожидания.

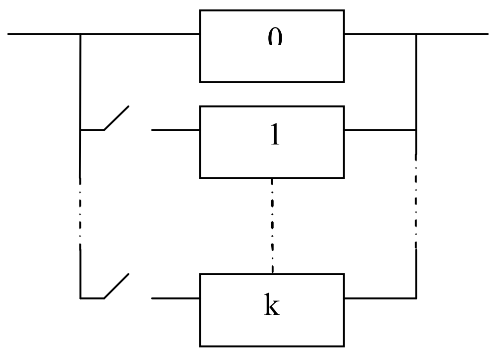


Рис. 1.1.8. Ненагруженный резерв

Причем характеристики надежности элементов во включенном и ненагруженном состоянии и во время функционирования (нагруженный режим) будут различные.

Рассмотренные виды резервирования являются простейшими конструктивными способами повышения надежности технических систем. Это так называемая структурная избыточность как способ повышения надежности систем. Однако структурная избыточность не исчерпывается только резервированием. В современных системах применяют более сложные схемы построения их структуры, особенно это характерно для различных энергосистем, систем связи, транспортных систем и т.п. В качестве примера такой усложненной структуры системы можно привести «мостиковую» схему (рис. 1.1.9).

Структура системы тоже может состоять из последовательно или (и) параллельно соединенных элементов, поэтому каждый раз при исследовании надежности подчеркивается, что рассматривается структура системы или схема резервирования.

В теории надежности наряду с термином «техническая система» используются и такие понятия, как изделие, образец, узел, машина и др., которые применяют для конкретизации исследуемого объекта при конкретных исследованиях.

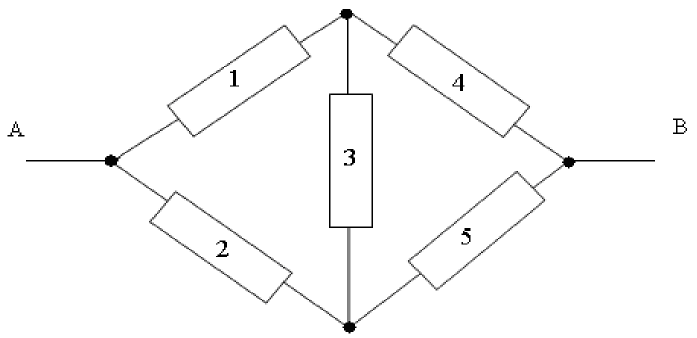


Рис. 1.1.9. «Мостиковая» схема

Особо следует отметить, что любая техническая система потенциально опасна, так как в ней заключено либо вещество, либо энергия, которые при освобождении могут представлять угрозу жизни или здоровью людей или причинять ущерб окружающим объектам и природе:

а) при нормальном функционировании:

– опасные факторы техногенного характера: вибрации, шум; загазованность в помещении, в окружающей атмосфере, загрязнение воды, почвы; электромагнитные поля; ионизирующее излучение и т.п.;

– опасность в зоне действия технической системы: транспортные магистрали, зоны излучения радио-телепередающих систем; локаторы; ЛЭП;

– опасности при работе с техническими механизмами: электросети и приборы; станки; ручной инструмент; газовое оборудование и сети; оружие;

б) при возникновении отказа:

– прекращение функционирования;

– снижение уровня эффективности функционирования;

– отказ, повлекший чрезвычайное происшествие: взрыв, пожар, заражение территории и т.п.

1.2. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ ТС

Аналогично жизни живого организма для технических систем вводится понятие жизненного цикла.

Жизненный цикл технической системы – это период времени от зарождения идеи её создания до снятия с эксплуатации и (или) демонтажа и утилизации. Он включает этапы создания и эксплуатации.

Этап создания состоит из подэтапов:

– опытно-конструкторские работы (ОКР);
– испытания и опытная отработка;
– производство либо строительство и монтаж оборудования.

Этап создания начинается с проведения научно-исследовательских работ (НИР) по определению задач, возлагаемых на данную систему, и способов их решения системой. Заканчивается эта работа разработкой проекта ***технических требований (ТТ)*** или ***технического задания (ТЗ)*** на создаваемую систему.

На основании проекта ТТ или ТЗ головная фирма-разработчик проводит проектные разработки, оформляя их в виде ***аванпроекта (АП)*** или ***технических предложений (ТП).*** Аванпроект может выполняться несколькими организациями. После экспертизы и защиты АП определяется организация-разработчик и утверждается ТТ или ТЗ на систему. Головная организация определяет фирмы-соисполнители. Заказчик согласовывает с разработчиком ориентировочные затраты и сроки создания системы.

На основании АП головной разработчик ведет проработку всей системы в целом: её структуру (элементы и связи), пространственное положение (морфологию); если это предприятие, то его расположение на местности и т.п. В соответствии с ТЗ анализируют и выбирают конструктивную схему, выполняют необходимые проектные расчеты, моделируют рабочие процессы элементов системы в лабораторных условиях, а также проводят математическое или имитационное моделирование ТС на ЭВМ. Одновременно готовят рабочую документацию на изготовление макетов и опытных образцов элементов системы. Эти работы заканчиваются созданием ***эскизного проекта*** (ЭП), который содержит все результаты проектирования и рабочую документацию на создание макета и опытного образца.

Следующий подэтап − ***опытная отработка элементов системы.*** Создаваемые элементы, узлы, механизмы системы подвергают испытаниям на различных режимах функционирования и в различных условиях. Это позволяет определить их пределы функционирования и допустимые нагрузки, соответствия предъявляемым требованиям, как функциональным, так и по длительности функционирования. После отработки элементов их объединяют в систему и приступают к комплексным испытаниям системы по проверке их взаимодействия и способности функционировать в системе. Предполагается, что строительство зданий и сооружений к этому времени готово, отработанные элементы системы монтируют в технологическую цепочку. Если же это не уникальная система, а будет серия, то с завершением поэлементной отработки корректируют ЭП и разрабатывают техническую документацию на серийное производство. Монтаж оборудования сопровождается пусконаладочными работами, испытаниями работы оборудования на различных режимах, с тем чтобы максимально выявить возможные нестыковки элементов, «узкие» места в технологической цепи производства и т.п.

Для серийных систем создается серийный головной экземпляр системы, на котором отрабатывается оптимальный режим эксплуатации. После этого создают все последующие экземпляры системы и развертывают всю эксплуатационную инфраструктуру в полном объеме.

Этап эксплуатации системы включает следующие технологические элементы: приведение системы в готовность к применению по назначению; применение по назначению (функционирование системы); поддержание системы в работоспособном состоянии. Особо подчеркнем:

функционирование – это процесс выполнения системой функциональных задач (применение по назначению).

Для поддержания системы в работоспособном состоянии создается специальная инфраструктура: от технической службы (службы главного механика) до специальных ремонтных подразделений в структуре системы или ремонтных предприятий, обслуживающих конкретный тип систем, а также системы сервисного обслуживания. Например: авиационные ремонтные заводы, ремонтные поезда, бригады, локомотивные депо, системы сервисного обслуживания бытовой техники и т.п.

Для каждой системы разрабатывается программа эксплуатации системы, где определяются мероприятия по поддержанию требуемого состояния системы и сроки их проведения, а также материальное, финансовое и трудовое обеспечение. В частности, осуществляется контроль состояния элементов и системы в целом, прогноз состояния, проведение обслуживания, профилактики и ремонтов. Разрабатывается технология проведения этих мероприятий; определяется эшелонирование запасных частей, инструментов и принадлежностей (ЗИП). Без организованной надлежащим образом системы эксплуатации нельзя гарантировать надежное (безопасное) функционирование систем: от простых систем (бытовых) до таких, как трубопроводный транспорт, энергосистемы и гидросистемы региона, порты, системы железных дорог с инфраструктурой и подвижным составом, аэропорты и т.п.

Эксплуатация системы – это целенаправленная деятельность коллективов людей по применению, техническому обслуживанию, ремонтам, хранению и транспортировке техники, входящей в состав системы, обеспечивающей ее успешное использование по назначению.

Эксплуатацию системы определяют четыре компонента:

– эксплуатационные свойства техники;

– технологические эксплуатационные процессы;

– коллективы людей, осуществляющие эти процессы на технике;

– внешние условия (среда), в которых эксплуатируют технику.

В теории эксплуатации ТС выделяются две важные задачи:

– разработка и производство таких элементов системы и системы в целом, которые были бы пригодны не только для выполнения заданных функций, но и были бы приспособлены к проведению технологических эксплуатационных процессов, необходимых для успешного функционирования системы;

– разработка и проведение этих процессов коллективами людей, эксплуатирующих систему.

Для этого необходимо:

– разработать технологию эксплуатации системы;

– организовать управление эксплуатацией системы;

– обеспечить безопасность системы.

Под ***управлением*** будем понимать осуществление совокупности воздействий, выбранных из множества возможных на основании определенной информации и направленных на поддержание или улучшение функционирования управляемого объекта в соответствии с имеющейся программой или целью управления.

На этапе эксплуатации система может находиться в различных состояниях: хранение, подготовка к применению, восстановление, готовность к применению и применение по назначению – функционирование. В процессе эксплуатации обычно выделяют состояние системы, когда она выполняет свое функциональное предназначение, т.е. ***функционирует***. Соответственно различают время функционирования $T_{\text{ф}}$ и состояние простоя, когда система не функционирует, и время простоя $T_{\text{пр}}$, а также общее время эксплуатации $T_{\text{э}}(T_{\text{ф}} \le T_{\text{э}})$, $T_{\text{э}} = T_{\text{ф}} + T_{\text{пр}}$.

Как правило, начало отсчета времени эксплуатации системы совмещается с моментом приведения системы в состояние готовности к применению или началом применения по назначению. В последнем случае начало эксплуатации и начало функционирования совпадают. У одноразовых систем время функционирования будет определяться их работой до отказа или до окончания выполнения целевой задачи. У многоразовых, восстанавливаемых систем время функционирования – это суммарное время периодов, когда система выполняла свое функциональное предназначение, а время эксплуатации будет включать еще и периоды простоя, связанные с особенностями технологии решения целевых задач либо с проведением профилактик, осмотров, ремонтов и т.п.

Длительность эксплуатации системы определяется ее ***предельным состоянием***, когда дальнейшее применение нецелесообразно экономически или технически либо недопустимо по условиям безопасности.

На всех этих этапах и стадиях создания и эксплуатации системы решают конкретные задачи надежности ТС:

– на ***стадии ОКР*** обосновывается требуемый уровень надежности путем разработки соответствующей структуры и конструкции системы, выбора материалов и технологии изготовления её элементов;

– на ***стадии испытаний*** и опытной отработки проверяется реализуемость заложенного уровня надежности (оценка надежности) и при необходимости проводится доработка конструкции по повышению надежности до требуемой;

– на ***стадии производства*** реализуется теоретический уровень надежности системы, т.е. надежность обеспечивается процессом изготовления; подтверждением объявленного уровня надежности является гарантийный срок, устанавливаемый изготовителем системы; все затраты по устранению неисправностей, возникающих в системе в это время, изготовитель берет на себя;

– на ***этапе эксплуатации*** системы осуществляется поддержание необходимого уровня надежности, для чего:

1) осуществляется диагностика состояния системы и его прогноз;

2) техническое обслуживание системы (плановое или по мере необходимости) или профилактика;

3) ремонт системы плановый или аварийный.

Для каждой системы разрабатывается программа эксплуатации системы, где определяются мероприятия по поддержанию требуемого уровня надежности системы и сроки их проведения, а также материальное, финансовое и трудовое обеспечение. Разрабатывается технология проведения этих мероприятий: от осмотров и контроля параметров до капитального ремонта; определяется эшелонирование запасных частей, инструментов и принадлежностей (ЗИП). Без организованной надлежащим образом системы эксплуатации нельзя гарантировать надежное (безопасное) функционирование системы: от простых систем (бытовых) вплоть до таких, как трубопроводный транспорт, энергосистемы и гидросистемы региона, порты, системы железных дорог с инфраструктурой и подвижным составом, аэропорты и т.п.

1.3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АСПЕКТ НАДЕЖНОСТИ

На обеспечение качественного и длительного функционирования системы тратятся огромные ресурсы. В процессе функционирования машины и механизмы теряют свою работоспособность в результате износа, коррозии, усталости материалов и других процессов, приводящих к «старению». Для ремонта и восстановления систем создаются ремонтные предприятия, сервисные службы и заводы по изготовлению запасных частей. На ремонт и восстановление технических систем за всё время их эксплуатации затрачивается в 5–10 раз больше средств, чем на изготовление новых. Сейчас в индустриально развитых странах на трение, износ и коррозию подвижных соединений технических систем тратится приблизительно 4,5% ВНД. Исследования показывают, что в XXI в. по большинству отраслей в сфере эксплуатации будет занято до 80–90% всех трудовых ресурсов [6]. Естественно, что требования повышения надёжности технических систем весьма актуальны в настоящее время. Сокращение затрат на эксплуатацию возможно только на пути повышения надёжности при создании системы. Современный уровень развития науки и техники позволяет достичь практически любых значений показателей надёжности, но это приведёт к существенному удорожанию создаваемой системы. Соотношение затрат на создание и эксплуатацию системы непосредственно связано с её надёжностью.

Дополнительные затраты на этапе создания необходимо соразмерять с предполагаемым эффектом на этапе эксплуатации этой системы. Рассмотрим затраты на решение поставленной задачи данной системой и экономическую эффективность от ее применения (от решения поставленной задачи). Обозначим:

$C_{\text{из}}$ – затраты на изготовление новой системы. Эта величина является функцией качества системы $\bar{X}$ и надежности $P_н$, $C_{\text{из}} = \varphi_{\text{п}}(\bar{X}, P_н)$;

$C_{\text{э}}(\text{t})$ – затраты на эксплуатацию системы за время t. Эта величина зависит от исходной надежности системы $P_н$ и длительности эксплуатации t, $C_{\text{э}}(\text{t}) = \varphi_{\text{э}}(\bar{X}, P_н)$.

Сумма этих затрат определяет затраты на решение поставленной задачи системой $C_{\text{р.з}}(t)$ в течение времени t:

$$C_{\text{р.з}}(t) = C_{\text{из}} + C_{\text{э}}(t). \quad (1.3.1)$$

В то же время система, решая поставленную перед ней задачу, приносит доход – экономический эффект – $C_{\text{п}}(t)$. Эта величина также будет зависеть от $\bar{X}$, $P_н$ и t:

$$C_{\text{п}}(t) = \varphi_{\text{п}}(\bar{X}, P_н). \quad (1.3.2)$$

Тогда целесообразность повышения надежности при создании системы будет определяться условием

$$\text{C}_{\text{п}}(\text{t}) > \text{C}_{\text{р.з}}(\text{t}),\ t \in \left(\overline{0, T_{\text{Э}}}\right), \quad (1.3.3)$$

где $T_{\text{Э}}$ – предельное время эксплуатации системы.

На рис. 1.3.1 приведены графики этих функций и функции чистой прибыли $C(t)$:

$$C(t) = C_{\text{п}}(t) - [C_{\text{из}} + C_{\text{э}}(t)]. \quad (1.3.4)$$

Анализ этого соотношения показывает, что существует точка $T_{ок}$ – точка окупаемости затрат на создание системы, т.е. к этому моменту времени $T_{ок}$ полученный от функционирования системы доход сравнялся с исходными затратами на ее создание:

$$C_п(T_{ок}) = C_{из}. \qquad (1.3.5)$$

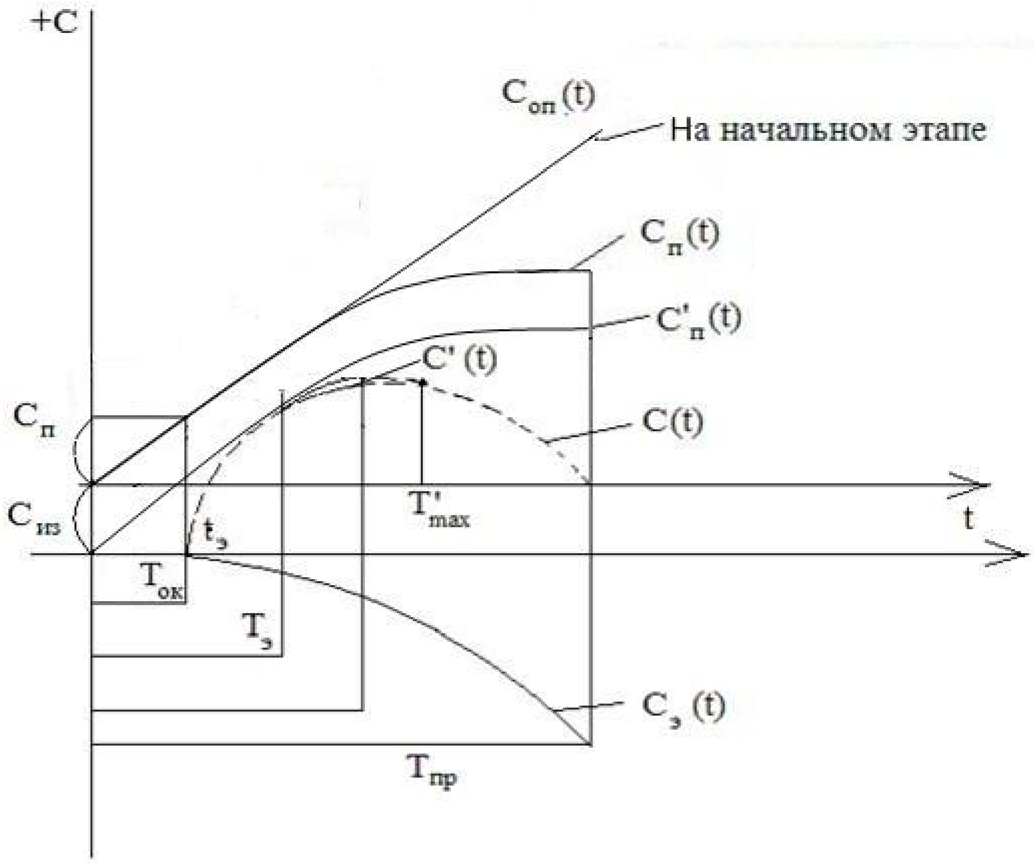


Рис. 1.3.1. Изменение экономических показателей во времени

Дальнейшая эксплуатация системы дает чистый доход (прибыль), однако со временем интенсивность его получения начинает снижаться, так как растут эксплуатационные расходы, которые со временем только увеличиваются, и в T_{max} прибыль достигает максимального значения. Дальнейшая эксплуатация системы приводит к снижению прибыли, поскольку эксплуатационные расходы резко возрастают и в $T_{пр}$ – весь доход будет потрачен на ее эксплуатацию.

Функция дохода $C_{п}(t)$ на начальном этапе функционирования системы будет линейной $C_{оп}(t)$, а после $t_{э}$ (начало эксплуатационных затрат) темп получения дохода начнет снижаться из-за необходимости проводить ремонтно-профилактические мероприятия. Для этого систему придется останавливать, что повлечет снижение интенсивности ее функционирования $C_{п}(t)$. Для некоторых систем этого можно избежать, например, для систем с прерывным циклом работы (городской транспорт – профилактика ночью).

Анализ соотношения (1.3.1) показывает, что затраты на создание системы и решение задачи можно перераспределять: увеличивая затраты на создание, эксплуатационные затраты будут уменьшатся, однако темпы этих изменений различны:

$$\frac{\partial C_{ИЗ}}{\partial P_{Н}} \neq \frac{\partial C_{Э}}{\partial P_{Н}}.$$

До тех пор пока $\frac{\partial C_{ИЗ}}{\partial P_{Н}} \leq \frac{\partial C_{Э}}{\partial P_{Н}}$, такое перераспределение в пользу повышения начальной надежности при создании системы целесообразно. Но здесь нас подстерегает еще одна проблема: между ТТХ системы и ее надежностью также существует определенное целесообразное соотношение. И эта целесообразность определяется также выражениями (1.3.1) и (1.3.2), так как повышая надежность и не повышая технические характеристики нельзя рассчитывать на высокую отдачу системы – она будет не конкурентоспособна.

Соотношение между затратами на изготовление и эксплуатацию изделия характеризуется коэффициентом эксплуатационных издержек

$$K_{из} = \frac{C_{из}}{C_{из} + C_{э}} < 1. \qquad (1.3.6)$$

При создании новой системы (изделия) решают следующие экономические задачи относительно её надёжности:

1) рациональное распределение затрат между проектированием и производством новой системы и эксплуатацией;
2) соотношение затрат на повышение технических характеристик системы и затрат на повышение её надёжности;
3) сроки создания и освоение нового образца системы.

Повышение надёжности требует не только дополнительных затрат на разработку и изготовление, но и дополнительного времени, а время – это деньги, потерянные из-за несвоевременного ввода системы в эксплуатацию: не произведённая продукция (услуги), потеря рынка и т.д. Этот аспект необходимо учитывать при планировании создания системы.

При этом используют показатель

$$K_{Ц} = \frac{C_{И} + C_{Э}(T_{Э})}{T_{П}}, \tag{1.3.7}$$

где $K_{Ц}$ – показатель цены надёжности (удельные суммарные затраты), р./ч;

$T_{П}$ – длительность целесообразной эксплуатации системы.

Этот показатель должен быть минимальным.

Последняя задача особенно актуальна в условиях рыночной конкуренции, когда перераспределение или возвращение рынков сбыта, утраченных из-за длительной разработки системы, весьма проблематично из-за консерватизма покупателей.

1.4. Показатели надежности технических систем

Надежность ТС – обобщенное свойство качества системы, обеспечивающее её способность выполнять возложенные на неё функции.

Надежность – это необходимые условия для успешного функционирования системы. Все характеристики ТС H можно разделить на два класса (см. рисунок на с. 4):

H_1 – характеристики, определяющие технические свойства системы (надежность);

H_2 – функциональные (целевые) характеристики системы.

Так, например, при анализе качества автомобиля характеристиками первой группы будут:

– время безотказного функционирования или гарантийное время, т.е. время, в течение которого изготовитель гарантирует безотказное функционирование системы;

– периодичность профилактик и обслуживания системы и т.п.

Ко второй группе будут относиться (для легкового автомобиля):

– количество посадочных мест;

– время разгона до скорости 100 км/ч;

– расход горючего на 100 км и т.п.

Эти две группы характеристик взаимосвязаны и совместно определяют эффективность функционирования системы как степени соответствия результата функционирования системы предъявляемым требованиям (цели функционирования).

В силу этого ***надежность технической системы*** определяют как свойство этой системы выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных параметров в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, хранения и транспортировки [5].

Надежность ТС – свойство системы сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих её способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортировки.

Система не может быть эффективной, если у неё низкие значения характеристик первой группы и высокие характеристики второй группы и наоборот. Между характеристиками этих двух групп должно быть определенное соответствие. На этапе проектирования и разработки системы рассматривают это соответствие и определяют требования к характеристикам обеих групп. Это анализ эффективности, результатом которого является в том числе и требование к надежности ТС.

Но что значит задать требования к надежности ТС? Очевидно, что если надежность – это свойство системы, то у различных систем это свойство будет проявляться по-разному, т.е. можно ввести соответствующую меру и, измеряя количество этого свойства, сопоставлять системы по этой мере.

Интенсивность проявления свойства системы служит показателем этого свойства. Следовательно, ***показатель надежности*** – это интенсивность проявления надежности системы как обобщенного её свойства.

Надежность технической системы может быть проявлена только в процессе функционирования. Заставив систему функционировать, получим конкретные значения характеристик системы. Можно ли эти характеристики принять в качестве показателя? Очевидно, в общем случае, нет. Функционирование системы осуществляется под воздействием внешних факторов и внутренних процессов, в том числе здесь присутствуют и случайные факторы (см. п. 1.6), т.е. полученные значения характеристик системы – это конкретные реализации случайных величин.

Если $X \in H_1$, то это характеристика первой группы – случайная величина, тогда в качестве показателя надежности технической системы можно принять

$$W = M\,[X], \tag{1.4.1}$$

где $M[X]$ – математическое ожидание случайной величины X, или

$$P\left(X \geq x_{\text{тр}}\right) = \alpha\ . \tag{1.4.2}$$

Таким образом, характеристики надежности технических систем и показатели в общем случае различны и лишь в частном случае, когда характеристики рассматриваются как детерминированные, т.е. порядок величины $\sigma_x << m_x$, они могут совпадать.

Показатель – это всегда детерминированная величина в отличие от характеристики, которая может быть как случайной, так и детерминированной. Следовательно, показатель надежности строится на основании характеристик системы первой группы (H_1). Большую их часть составляют временные характеристики. Например, время наработки на отказ, время безотказного функционирования системы до первого отказа, время восстановления системы после отказа, периодичность профилактик (технических обслуживаний) и т.п., а также количество отказов за некоторое время эксплуатации τ и т.п. Показатель надежности технической системы будет формироваться на основе закона распределения этой случайной величины $F(x)$:

$$W = M[X] = \int x dF(x)$$

или

$$W = P\left(X \geq x_{\text{тр}}\right) = \int_{x_{\text{тр}}}^{+\infty} f(x) dx = \alpha,$$

где в качестве показателя может приниматься либо вероятность α, т.е. вероятность того, что система обеспечит значение контролируемой характеристики не ниже $x_{\text{тр}}$, либо уровень $x_{\text{тр}}^{\alpha}$ при заданном значении вероятности $\alpha_{\text{зад}}$.

В качестве показателя надежности ТС может приниматься и непосредственно закон распределения в форме функции распределения $F(x)$ и плотности распределения вероятности $f(x)$ для непрерывных случайных величин и в форме функции распределения $F(x_i)$ и функции вероятностей (ряда распределения) $P(x_i)$, $x_i \in X$ для дискретных случайных величин.

Показатель надежности, сформированный на базе одной характеристики, называют ***единичным,*** а на основе нескольких характеристик – ***комплексным.***

1.5. Фактор времени в надежности ТС

В определении надежности отмечена такая составляющая, как время. Фактор времени имеет важное значение в оценке надежности, в частности при определении готовности системы к применению и оценке длительности непрерывного функционирования системы. При исследовании надежности системы оперируют следующими временными интервалами.

Время работы (функционирования) системы – интервал времени, на протяжении которого изделие работает безотказно. Здесь различают время наработки на отказ для невосстанавливаемых систем; время работы до первого отказа и время наработки на отказ после восстановления для восстанавливаемых систем. Все эти величины ***случайные***.

Запланированное время работы – интервал времени, в течение которого изделие должно работать (выполнять свою функцию). Это паспортная характеристика системы, обусловленная ее конструкцией, технологией изготовления и нормативными условиями функционирования. ***Неслучайная величина***.

Запланированное время простоя – интервал времени, в течение которого работа системы не предусмотрена (например, городской пассажирский транспорт в ночное время, оборудование предприятий при односменной работе и т.п.). ***Неслучайная величина***.

Время хранения – интервал времени, на протяжении которого изделие является запасным или находится на складе в качестве резерва до востребования (например, оборудование, находящееся на складах МЧС, которое используется для ликвидации последствий техногенных или природных катастроф). В общем случае паспортная характеристика. ***Неслучайная величина.*** Если оборудование не было востребовано до истечения установленного времени, то оно либо заменяется новым и отправляется в эксплуатацию, если не потеряло работоспособность, либо утилизируется, если стало неработоспособным.

В теоретическом плане здесь может быть две ситуации:

1) предполагается, что за время хранения система не теряет свою работоспособность;

2) в процессе хранения система теряет работоспособность и к концу срока хранения система приходит в предельное состояние.

В последнем случае состояние системы зависит от момента ее изъятия с хранения и так как этот момент может быть случайным, то и состояние системы соответственно будет случайным; если изъятие производится по истечении времени хранения, то состояние должно быть плановым.

На этапе эксплуатации системы различают следующие возможные состояния, в которых может находиться система, и соответственно её временные характеристики:

– ***работоспособное состояние***, когда оборудование может работать (работает либо готово к работе), ***время работоспособного состояния;***

– ***неработоспособное состояние*** – оборудование не может выполнить свое целевое предназначение, ***время неработоспособного состояния;***

– ***восстановление***, т.е. осуществляется возврат оборудования из неисправного в исправное состояние (рис. 1.5.1): поиск неисправности, облуживание, ремонт, ***время восстановления;***

– ***функционирование*** (работа) – система выполняет функциональное предназначение, решает целевые задачи, ***время функционирования***; в общем случае эти временны́е характеристики случайны.

Временны́е характеристики используются для построения соответствующих показателей надежности, как единичных, так и комплексных. Например, вероятность безотказного функционирования системы в течение заданного интервала времени или вероятность обеспечения требуемой наработки в определенных условиях.

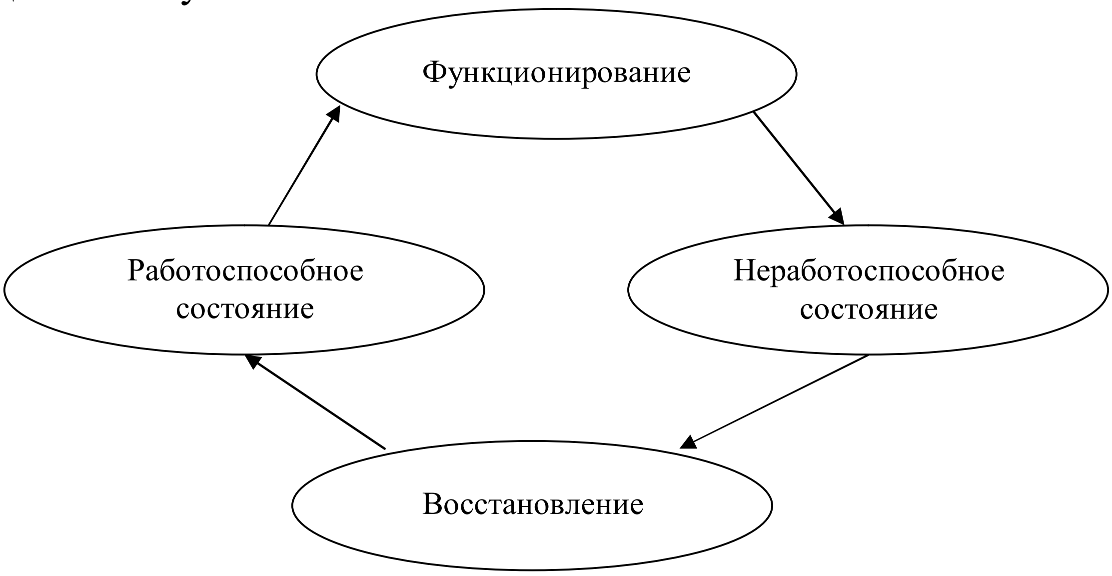


Рис. 1.5.1

Эту вероятность называют функцией надежности $P_c(t)$. Она представляет собой функцию длины интервала времени от 0 до t. Наряду с этим показателями временных свойств являются: среднее время наработки на отказ m_t и гарантийное время $\tau_{\text{гр}}$.

Комплексные показатели объединяют несколько временны́х характеристик. К ним относят:

- показатель внутренней готовности $k_{\text{ВГ}}$;
- показатель готовности $k_{\text{Г}}$;
- показатель оперативной готовности $k_{\text{ОГ}}$.

Внутренняя готовность – это отношение времени работы $T_{\text{Р}}$ к суммарному времени работы и времени восстановления $T_{\text{В}}$:

$$k_{\text{ВГ}} = \frac{T_{\text{Р}}}{T_{\text{Р}} + T_{\text{В}}}. \qquad (1.5.1)$$

Готовность – это отношение времени работы системы $T_{\text{Р}}$ к суммарному времени работы и времени простоя из-за отказа в течение ее эксплуатации $T_{\text{ПР}}$:

$$k_{\Gamma} = \frac{T_{\text{Р}}}{T_{\text{Р}} + T_{\text{ПР}}}. \qquad (1.5.2)$$

Оперативная готовность – это отношение полного времени работоспособного состояния системы $T_{ИС}$ к времени эксплуатации системы $T_{\text{Э}}$:

$$k_{\text{ОГ}} = \frac{T_{\text{ИС}}}{T_{\text{Э}}}. \qquad (1.5.3)$$

Здесь под временем эксплуатации понимают календарное время от начала эксплуатации системы до момента ее перехода в предельное состояние, когда дальнейшее применение (использование) системы либо нецелесообразно, либо небезопасно.

1.6. Понятие отказа технической системы

Система в процессе функционирования находится под воздействием внутренних факторов и свойств, внешних факторов (условий функционирования) и управляющих воздействий или технологии эксплуатации (рис. 1.6.1). В результате действия этих факторов в системе (ее элементах) происходит постепенный износ, старение и утрата ее элементами или системой в целом функциональных свойств. Этот процесс закономерен и с увеличением времени эксплуатации системы опасность утраты этих свойств возрастает. Однако результат таких закономерных последовательных изменений проявляется внезапно. И поскольку процесс износа происходит под влиянием постоянно действующих факторов, имеющих как случайный, так и детерминированный характер, то естественное завершение процесса износа имеет случайный характер. Следовательно, процесс функционирования системы сопровождается воздействием случайных факторов и поэтому способность системы решать поставленную перед ней задачу является **случайной**, в силу чего система в любой момент времени:

– либо способна решать поставленную задачу;

– либо не способна.

Предсказать однозначно, в каком состоянии система будет находиться в некоторый момент времени в будущем, невозможно.

Важную роль в определении состояния системы играет ее работоспособность. ***Работоспособность*** – это состояние изделия (системы), при котором оно способно выполнять заданные функции, сохраняя значения своих параметров в пределах, установленных нормативно-технической и конструкторской документацией.

Надежность ТС можно определить еще и как свойство изделия сохранять во времени свою работоспособность. Это важнейшее состояние системы (изделия), с которым связано и определение показателей надежности.

Основой для введения показателей надежности служит понятие отказа. **Отказ** – это событие, состоящее в нарушении работоспособности системы (изделия). Поскольку потеря работоспособности системой является случайной, то и **отказ** является ***случайным событием.***

Рассмотрим следующую модель функционирования системы (рис. 1.6.1).

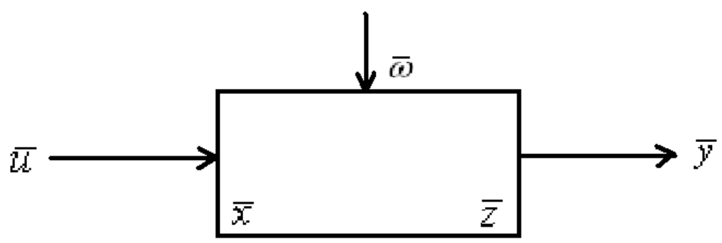


Рис. 1.6.1

Здесь $\overline{u}$ – управляющие воздействия; $\overline{u} \in U$;

$\overline{x}$ – параметры, характеризующие качество ТС; $\overline{x} \in X$;

$\overline{\omega}$ – внешнее воздействие; $\overline{\omega} \in \Omega$;

$\overline{y}$ – выходной эффект системы (результат функционирования); $\overline{y} \in Y$;

$\overline{z}$ – состояние системы; $\overline{z} \in Z$.

Под воздействием управляющих факторов $\overline{u}$, внешней среды $\overline{\omega}$ и в соответствии с внутренними характеристиками $\vec{x}$ формируется состояние системы $\overline{z}$:

$$\overline{z} = F(\vec{u},\ \vec{x},\ \vec{\omega}),\ \ \overline{z} \in Z,$$

где Z – множество всех возможных состояний системы.

Как правило, этот процесс разворачивается во времени:

$$\overline{z}(t) = F(\overline{u},\ \overline{x},\ \omega,\ t),\ \ \overline{z}(t) \in Z,\ t \in [0,\ T].$$

Оператор F называют законом функционирования системы, а $\overline{z}(t)$ – траектория изменения состояния системы в пространстве Z. Каждому состоянию системы соответствует определенный результат

$$\overline{y}(t) = \Phi(\overline{z}, t).$$

Для того чтобы процесс функционирования был определенным, задают начальное состояние системы: $t_0 = 0$, $\overline{z}_0 = \overline{z}(t_0) \in Z$. Тогда окончательно модель функционирования будет представляться как

$$< U,\ X,\ \Omega,\ Z,\ Y,\ F,\ \Phi >.$$

Отказ системы определяют через ее состояние, значение внутренних параметров и уровень выходного результата (результата функционирования). Выбор модели отказа определяется свойствами системы, её структурой, результатом функционирования.

В пространстве Z можно выделить подобласть $\overline{A} \subset Z$, которая характеризует такие состояния системы, в которых она не способна выполнять свои функциональные задачи, т.е.

подобласть $\overline{A}$ будет определять нарушение ее работоспособности. Эти состояния называются ***отказовыми***. Соответственно $A \subset Z$ – подобласть работоспособных состояний системы. Переход состояния системы из области $A \subset Z : z(t) \in A$ в область $\overline{A} \subset Z : z(t) \in \overline{A}$ назовём ***отказом системы***, т.е. отказ системы наступает, если значение хотя бы одного из параметров системы выйдет за установленные пределы. Переход состояний системы из $\overline{A}$ в A называют ***восстановлением работоспособности системы*** (рис. 1.6.2).

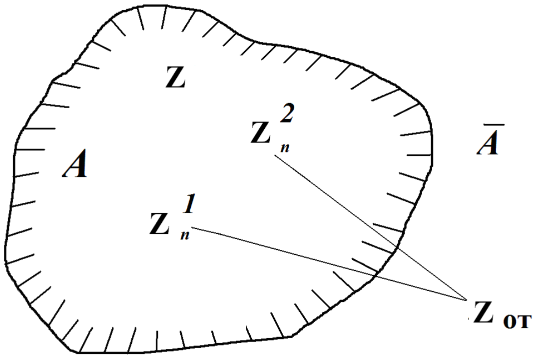


Рис. 1.6.2

На рис. 1.6.2 изображена область Z допустимых состояний системы, соответствующих ее работоспособности. Выход значений параметров системы $z(t)$ за пределы этой области определяет состояние отказа $z(t) \in \overline{A}$. Проводя определенные восстановительные мероприятия, состояние системы снова можно возвратить в область A, т.е. система будет приведена в работоспособное состояние.

Изучение изменений состояний системы в процессе функционирования показало, что оно осуществляется под воздействием большого количества случайных факторов, поэтому траектория $z(t) \in Z$, $t \in \overline{0,T}$ является реализацией случайного процесса.

На рис. 1.6.3 показаны возможные реализации этого процесса $z_1(t) \in Z(t)$ и $z_2(t) \in Z(t)$. Величина $z_в$ определяет границу областей A и $\overline{A}$:

$$A = \{Z(t) < z_в\},\ \overline{A} = \{Z(t) \ge z_в\}. \qquad (1.6.1)$$

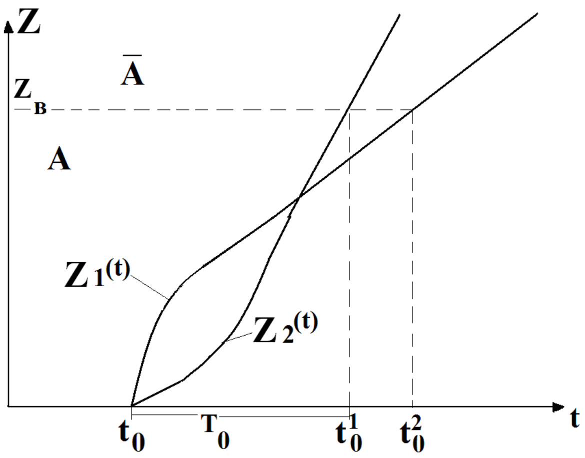


Рис. 1.6.3

В некоторый момент времени $t^2{}_o$ наступает событие $\overline{A} = \left\{ Z_1(t^2{}_o) \geq z_в \right\}$, что соответствует условию наступления отказа. Для реализации $z_2(t)$ отказ наступает в момент времени $t^1{}_o$: $\overline{A} = \left\{ Z_2(t_0^1) \geq z_в \right\}$.

В силу того что процесс функционирования системы является случайным, условие $\{Z(t) \geq z_в\}$ будет случайным событием. Следовательно, ***отказ системы*** – случайное событие $\{Z(t) \geq z_в\}$, а время функционирования системы до отказа T_0 – случайная величина. Соответственно $t^1{}_o$ и $t^2{}_{o \in T_0}$ – реализации этой случайной величины. Наступление события $\overline{A}$ можно определить и через время $\overline{A} = \{T_0 < t\}$. Это случайное событие, состоящее в том, что отказ наступит до момента времени t. Это и определяет то, что основным математическим аппаратом теории надежности является теория вероятностей и случайных процессов.

Если процесс функционирования системы $z(t) \in Z(t)$ имеет вид, представленный на рис. 1.6.4, то в нем есть моменты времени перехода состояния системы из области A в $\overline{A}$ – $t^1{}_o$, $t^2{}_o$, ... и обратно из $\overline{A}$ в A– $t^1{}_в$, $t^2{}_в$, ... Предполагается, что t_o – начало эксплуатации системы, момент $t^1{}_o$ будет моментом первого отказа системы, T_0^1 – время безотказного функционирования системы до первого отказа или время наработки на первый отказ, а T_0^i, $i \geq 2$ – время наработки на второй и последующие отказы, t_0^i, $i \geq 2$ – моменты наступления второго и последующих отказов; соответственно $T_в^j$, $j = 1, 2...$ – длительность восстановления работоспособности системы после первого и последующих отказов, а $t_в^j$, $j = 1, 2...$ – моменты окончания восстановления системы.

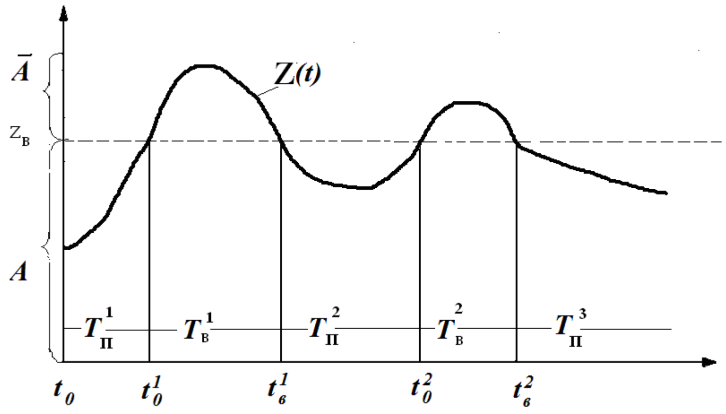


Рис. 1.6.4

Следует отметить, что такой процесс эксплуатации системы характерен для восстанавливаемых систем, а для невосстанавливаемых систем будут только t_o, $t^1{}_o$ и T_0^1.

В практике исследования надежности технических систем, как правило, рассматривают установившийся режим эксплуатации системы (стационарный режим), тогда характеристиками такого процесса будут величины T_0^1, T^n и $T^в$, которые, как уже отмечалось, в общем случае являются случайными. Кроме того, важной характеристикой процесса эксплуатации системы является время от произвольного момента времени t в стационарном режиме до первого (после t) отказа T_0^t – остаточное время жизни системы.

Для простых изделий (элементов системы), например, отдельные образцы комплектующих электрооборудования, работоспособное состояние которых определяется ***одним параметром*** и закон изменения которого является ступенчатым (рис. 1.6.5), отказ будет определяться значением этого параметра.

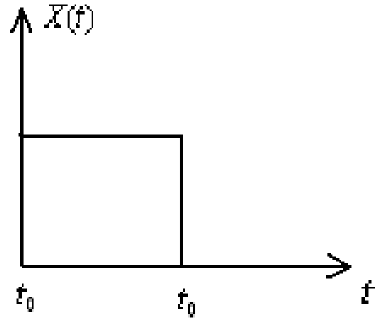


Рис. 1.6.5

Здесь t_0 – начало функционирования изделия;

$t_{\text{от}}$ – момент наступления отказа ($t_{\text{от}}$ – случайная величина).

Такие изделия могут находиться только в одном из двух состояний: работоспособен либо отказал. Промежуточных состояний у них нет.

Сложные системы, состоящие из большого количества однотипных элементов, будут характеризоваться ***количеством работоспособных элементов*** – это и будет показатель состояния системы. Тогда если в системе n элементов, то элементами множества Z будут значения от 0 до n.

$$Z = (0,\ n).$$

Если определен пороговый уровень состояния системы Z, отделяющий работоспособное состояние от неработоспособного, то можно сформировать область $A = \{Z \geq Z_{доп}\}$, включающую работоспособные состояния, и область $\overline{A}$ – неработоспособные состояния $\overline{A} = \{Z < Z_{доп}\}$. Отказ соответственно будет наступать при переходе состояния системы $z(t)$ из области A в область $\overline{A}$. Например, если система работоспособна при работе не менее m $(m \leq z)$ элементов, тогда $A = \{Z \geq m\}$; $\overline{A} = \{Z < m\}$; $m = 0,\ 1,\ ...,\ n$.

Для сложных многофункциональных систем выходной эффект зависит от состояния системы. При выходе из строя отдельных ее элементов уровень результата функционирования может изменяться плавно, и для каждой системы существует предельно допустимый уровень выходного результата, ниже которого наступает отказ системы (рис. 1.6.6).

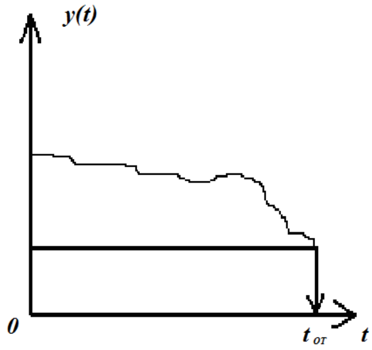


Рис. 1.6.6

В этом случае мы исходим из определения надежности как способности системы обеспечивать выполнение целевого предназначения, т.е. надежность является необходимым условием для успешного решения функциональных задач, а тактико-технические характеристики – достаточным условием.

Рассмотрим конкретные способы задания отказа (модели отказов).

Пример 1.6.1. Предположим, что система состоит из n-элементов (рис. 1.6.7), и ее состояние будем определять как число отказавших элементов $Z(t)$.

$Z(t) = (0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n)$ – это дискретная случайная величина. Система с такой структурой будет функционировать, т.е. находиться в работоспособном состоянии, если исправен хотя бы один элемент: $(Z(t) < n) = A$ и наступит отказ, если $(Z(t) = n) = \overline{A}$.

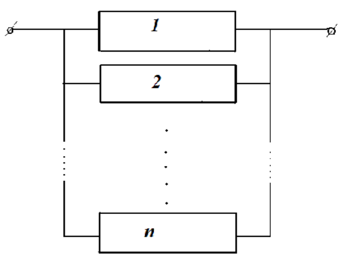


Рис. 1.6.7

В определении надежности указано, что это свойство системы сохранять рабочие характеристики в требуемых пределах в течение определенного времени, например, времени выполнения некоторой операции, времени решения функциональной задачи: время полета самолета по маршруту, время работы в течение смены, время до проведения плановой профилактики или обслуживания и т.п. Как уже отмечалось, момент наступления отказа случаен и время наработки на отказ также случайно, тогда соотношение $\{T_0 < t\}$, где T_o – время наработки на отказ, а t – некоторое плановое или требуемое время безотказной работы системы, будет характеризовать отказ и является также случайным событием $\overline{A}$. В данном случае нас интересует не источник отказа, а момент его наступления (рис. 1.6.8).

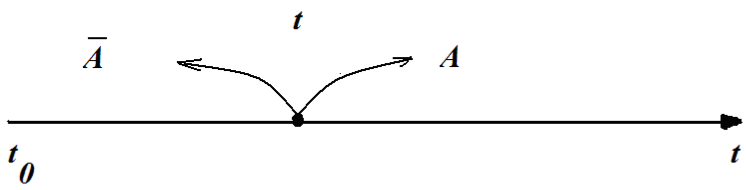


Рис. 1.6.8

Тогда если система проработала время более t, отказ не наступил, если меньше – отказ наступил.

Общепринято в современной теории надежности рассматривать отказ, т.е. нарушение работоспособности, как случайное событие. Для количественного описания отказов вводятся математические модели, в частности функции распределения различных интервалов времени, отражающих процессы функционирования изделий и их элементов.

Математическим аппаратом априорного анализа надежности является в основном теория вероятностей и теория случайных процессов, а для восстанавливаемых систем и теория массового обслуживания.

На этапе испытаний систем и их элементов на надежность структура модели отказа остается одна и та же, а параметры распределения предполагаются неизвестные, для их определения применяют методы параметрического оценивания при условии, что вид распределения характеристик известен, либо непараметрического оценивания, если и вид распределения неизвестен. В целом , это всё методы математической статистики.

Таким образом, отказ может быть определён:

– по значению параметра, характеризующего качество функционирования системы, как правило, у простейших систем;

– по уровню показателя эффективности выполнения целевой задачи для сложных систем.

1.7. Классификация отказов ТС

Процесс функционирования системы сопровождается изменением её параметров. При этом, как уже отмечалось, если значения параметров не выходят за установленные границы, то система функционирует нормально; если же хотя бы один из параметров выходит за установленные границы, то система теряет работоспособность и ***наступает отказ.*** Выход параметра за допустимые пределы может происходить либо постепенно, либо внезапно. Соответственно различают несколько видов отказов.

1. Постепенные и внезапные отказы.

Общим для них является то, что наступление их случайно.

Для ***постепенного отказа*** характерным является то, что процесс потери работоспособности начинается сразу с началом эксплуатации системы, а его скорость $\Delta X(t)$ либо постоянна, либо является функцией времени (рис. 1.7.1):

$$\Delta X(t) = \begin{cases} \alpha = const, \\ \alpha(t). \end{cases}$$

Таким образом, вероятность наступления отказа будет зависеть от времени предыдущей работы системы: с увеличением времени её функционирования вероятность отказа $P(\overline{A},\ t)$ как случайного события растёт (рис. 1.7.2), если $t_2 > t_1$, то $P(t_2) \geq P(t_1)$, где t_i, $i = 1, 2$ – время работы системы (рис. 1.7.2).

Поскольку время безотказного функционирования системы T_0 – случайная величина, то его показателем будет функция распределения $F_{T_0}(t)$:

$$F_{T_0}(t) = P(T_0 < t) = P(\overline{A}, t) = \int_0^t f(t)dt,$$

где $f(t)$ – плотность распределения времени T_0.

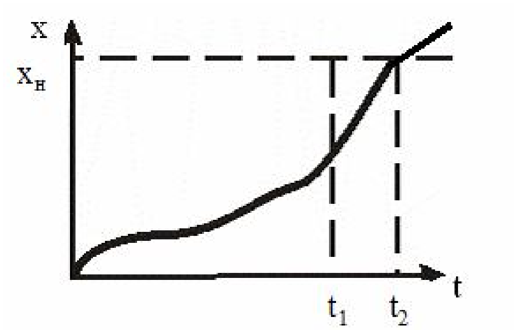


Рис. 1.7.1

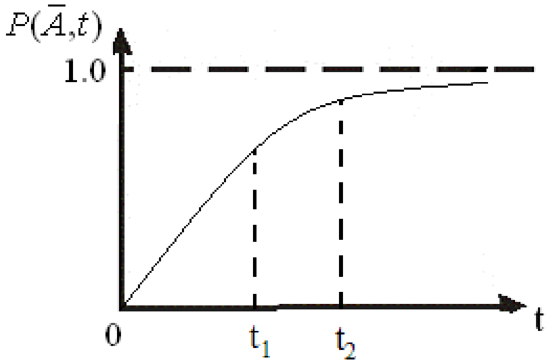


Рис. 1.7.2

К постепенным отказам относят большинство отказов машин и механизмов. Они связаны с изнашиванием, коррозией, усталостью, текучестью и другими процессами старения материалов, из которых созданы изделия.

Внезапные отказы – это те, причиной которых являются процессы, возникшие в результате сочетания неблагоприятных факторов в системе и внешних воздействий, превышающих возможности изделия к их восприятию. Для внезапного отказа время возникновения $T_{от}$ является случайной величиной и подчиняется некоторому закону распределения $F_{T_{от}}(t)$ и не зависит от состояния изделия (рис. 1.7.3).

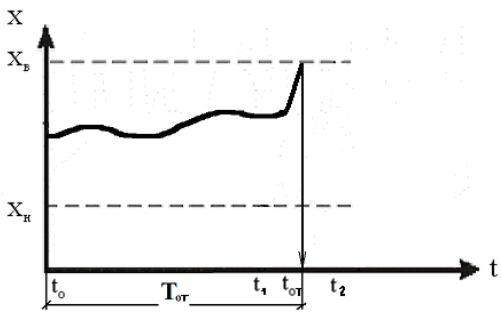


Рис. 1.7.3

Основным признаком внезапного отказа является то, что вероятность его возникновения $P(\overline{A})$ в течение заданного промежутка времени $[t_1,\ t_2]$ не зависит от длительности предыдущей работы изделия (рис. 1.7.3):

$$P(\overline{A}) = P(T_0 < t_2 / T_0 > t_1) = p(T_0 < t_2),\ t_2 > t_1 .$$

Примерами таких отказов могут служить:

– тепловые трещины, возникшие в детали по причине прекращения подачи смазки;

– поломки детали из-за неправильных методов эксплуатации машины или возникновение перегрузок, превышающих допустимые;

– деформация или поломка деталей, попавших в непредусмотренные условия работы;

– конструкторские ошибки или брак при изготовлении.

Отказ при этом происходит, как правило, без предшествующих признаков разрушения и не зависит от степени изношенности изделия.

Для внезапного отказа скорость потери работоспособности $\Delta X(t) \to +\infty$ при $t \to t_{\text{от}}$, а момент его наступления определяется ***законом распределения времени*** возникновения первого отказа $F_{T^1_{\text{от}}}(t)$.

2. Отказы функционирования и параметрические.

Отказ функционирования состоит в том, что изделие (механизм) не может выполнять возложенные на него функции. Например, в результате нарушения в работе системы питания или зажигания двигатель не запускается.

Параметрический отказ характерен для современных систем и возникает при выходе параметра (характеристики) изделия за допустимые пределы (рис. 1.7.4):

$$\overline{A} = \begin{cases} X_2(t_{\text{от}2}) > x_в, \\ X_1(t_{\text{от}1}) < x_н. \end{cases}$$

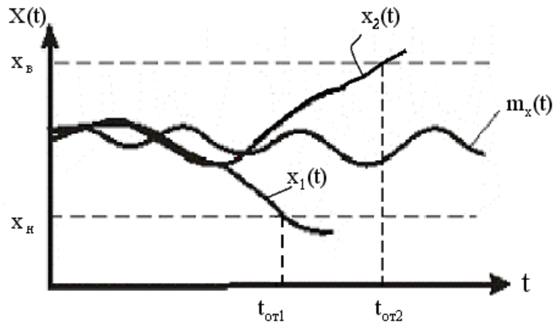


Рис. 1.7.4

Здесь изделие становится неработоспособным именно из-за нарушения требований, установленных техническими условиями. Такой отказ не всегда приводит к полной остановке системы, однако дальнейшее её функционирование становится опасным, так как может привести к более тяжёлым экономическим или экологическим последствиям. Например, температура двигателя зашкалила, давление в котле превысило норму и т.п. Параметрический отказ элемента может привести к физическому отказу системы (разрушению). Это обстоятельство и сделало параметрические отказы одним из основных объектов исследования в теории надёжности машин и механизмов [5].

Отказы функционирования и параметрические могут быть как постепенные, так и внезапные. Так, например, внезапный отказ измерительного прибора из-за недопустимых внешних воздействий будет параметрическим, если потеряна его точность из-за нагрева от внешних источников тепла, а если заклинило по причине загрязнения его механизмов, то будет функциональный отказ.

3. Фактические и потенциальные отказы.

При функционировании системы наступает момент первого, а затем и последующих отказов. Однако создаваемые системы контроля состояния изделий могут заблаговременно «предупреждать» о предотказовом состоянии и тогда проведение профилактики или ремонта позволит предотвратить отказ. Однако нельзя говорить о том, что система функционирует безотказно. Такие, предотвращенные, отказы называют ***потенциальными*** в отличие от ***фактических***, которые реально наступили. Однако отсутствие фактических отказов системы ещё не свидетельствует о высокой её надёжности, поскольку большое количество потенциальных отказов приводит к тому, что система больше времени находится в ремонте и на профилактике, а не функционирует. Поэтому при оценке надёжности системы статистическими методами учитывают как фактические, так и потенциальные отказы.

4. Допустимые и недопустимые отказы.

Допустимые отказы – это те, появление которых обусловлено объективными факторами, сопровождающими процесс функционирования системы: износ, коррозия, старение элементов системы и т.п.

Недопустимые отказы – это те, которые связаны с нарушением условий производства и эксплуатации системы:

– отказы из-за нарушения технических условий при изготовлении и сборке изделия;

– превышение режимов работы машины выше допустимых, нарушение правил ремонта;

– ошибки людей, управляющих машиной (человеческий фактор) и т.п.

Приведенная классификация отказов позволяет выбрать и соответствующие методы определения или оценки надежности системы.

В данной работе рассматриваются фактические постепенные и внезапные отказы.

1.8. Краткий анализ особенностей оценивания показателей надежности ТС

Надёжность технических систем является её основным эксплуатационно-техническим свойством, а показатели надёжности – мерой качества функционирования системы. В силу этого показатели надёжности используют при принятии решений на различных этапах жизненного цикла системы:

– на этапе создания – сравнительный анализ и формирование структуры системы, выбор принципов функционирования, обоснование требований к надёжности системы и её элементов;

– на этапе приемо-сдаточных испытаний – оценивание соответствия технических свойств системы (уровня достигнутой надёжности) требуемым;

– на этапе эксплуатации – оценивание программы эксплуатации системы и её способности функционировать в реальных условиях на должном уровне.

Решение этих задач выдвигает и соответствующие требования к показателям надёжности и методам их оценивания. Методы оценивания можно разделить на две обособленные группы: 1) аналитические методы; 2) статистические методы.

Аналитические методы предоставляют широкие возможности для решения задач на этапе создания систем. Однако применение аналитических моделей предполагает принятие многих допущений и исходных предпосылок относительно понятия отказа, взаимодействия элементов; их реакции на отказы отдельных элементов, условий эксплуатации и т.п. Основное условие построения аналитических моделей оценивания надёжности системы – наличие структуры системы и логической схемы её функционирования.

В зависимости от этого будет строиться модель надёжности технической системы и будет зависеть результат оценивания показателя, а следовательно, и принятие решений. В данном случае модель заменяет реальный образец (систему).

Аналитическая модель может быть построена как с учётом случайных воздействий на процесс функционирования, так и без их учета. Соответственно и показатели будут либо детерминированные, либо случайные, если модель статистическая. Для решения задач выбора, сравнительного анализа либо распределения требований к элементам системы это не представляет принципиальных теоретических трудностей, так как эти данные находятся в одной шкале измерений. Более подробный анализ аналитических методов содержится, например, в [5].

На этапах испытаний и эксплуатации системы источником информации о системе и её свойствах становятся реальный образец и условия функционирования. Получаемые данные представляют собой результаты случайной выборки и оценки показателей надежности (это уже задача математической статистики). Это обусловило разработку самостоятельного направления в теории надёжности – статистической теории надёжности. Особенность данных методов заключается в том, что получаемые результаты – это случайные переменные либо их конкретные реализации. И опять-таки, если решаются задачи анализа надёжности системы, условий её функционирования, то принципиальных теоретических проблем не существует.

Проблемы принципиального характера возникают при решении задач сравнительного анализа и оценки соответствия исходных требований к надёжности системы и реально полученных оценок. Эти проблемы сводятся к следующим:

Теоретическая структура и логика функционирования системы могут отличаться от реально созданной системы, а следовательно, необходимо оценивать степень адекватности исходной модели системы реально созданной, поскольку их показатели могут быть не сопоставимы.

Результаты статистического оценивания – это случайные переменные или их реализации, и решение задачи подтверждения требований к надёжности системы и её элементов – задача сравнения детерминированных и случайных переменных либо сравнение случайных оценок, генеральные совокупности которых не всегда могут совпадать.

В настоящем учебном пособии изложены аналитические методы оценивания показателей надёжности технических систем с использованием методов теории вероятностей. Эти методы позволяют анализировать надёжность технической системы заданной структуры, влияние на надёжность структуры системы и характеристик её элементов, определять целесообразную структуру и т.п.

Контрольные вопросы и задания

1. Каковы предпосылки и задачи теории надежности технических систем?
2. Что изучает теория надежности?
3. Дайте определение надежности.
4. Каково место надежности в обеспечении безопасности?
5. Расскажите о влиянии надежности на автоматизацию, производительность, экологический маркетинг.
6. В чем заключается экономический аспект в надежности?
7. Что такое техническая система и элемент технической системы?
8. Дайте классификацию технических систем.
9. Что такое жизненный цикл и каковы его этапы?
10. В чем различие между эксплуатацией и функционированием системы?
11. Дайте определение показателя надежности.
12. В чем отличие показателя надежности от характеристики технической системы?
13. Что является основной характеристикой технической системы?
14. В чем заключается свойство ремонтопригодности?
15. В чем смысл понятия «предельное состояние»?
16. Раскройте понятие «отказ».
17. Как классифицируются отказы технической системы?
18. В чем различия между комплексными и единичными показателями?

2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ИЗДЕЛИЙ)

2.1. Свойства надежности ТС

Надежность технической системы – это комплексное свойство, которое включает безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость (рис. 2.1.1). О надежности технической системы судят по наличию у нее этих свойств.

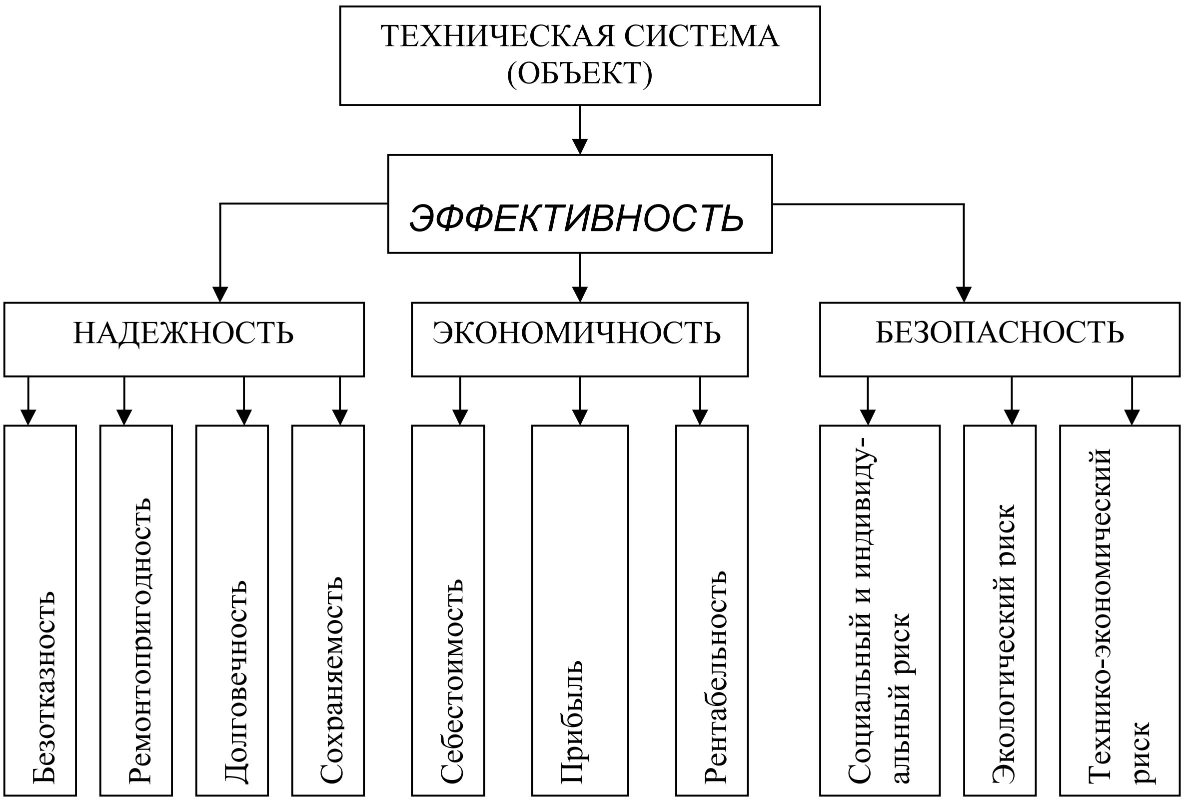


Рис. 2.1.1 Основные свойства технических систем [9]

Конкретное проявление надежности технической системы зависит от ее назначения и условий применения или от ее состояния: хранение, подготовка к применению, готовность к применению, функционирование (применение по назначению). Для систем, работающих непрерывно, таких, как, например, энергоблок электростанции, обзорный локатор аэродрома, магистральный трубопровод и т.п., наиболее важны первые три свойства, а для систем с циклическим режимом функционирования, например, с/х техника, существенным является и сохраняемость.

Рассмотрим эти свойства.

1. Безотказность – это свойство системы непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки, т.е. система не должна выходить из работоспособного состояния в заданный период функционирования. Если система не способна успешно проработать в течение заданного времени, то она не может быть признана надежной. Здесь предполагается самостоятельная непрерывная работа системы без какого-либо вмешательства из вне для поддержания ее работоспособности. Свойство безотказности необходимо как системам разового использования, так и системам многократного применения. К последним можно отнести, например, системы жизнеобеспечения в городе: энерго-, тепло- и водоснабжения, канализация, транспорт (особенно авиационный), транспортные системы и т.п.

2. Долговечность – это свойство системы сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной технологии ее эксплуатации, т.е. это свойство системы характеризует общий срок ее эксплуатации, включая периоды функционирования, ожидания и восстановления. Предельное состояние системы – это такое состояние, при наступлении которого дальнейшее ее применение по назначению недопустимо. Например, по условиям безопасности либо экономической нецелесообразности. Техническая система при условии периодического проведения необходимых настроек, профилактик, ремонтов, технических обслуживаний, замен отдельных отказавших элементов должна быть способна длительное время выполнять возложенные на нее функции. Это свойство необходимо подавляющему большинству технических систем, особенно современным сложным системам длительной эксплуатации, как, например: энергосистемы, транспортные, коммунальные системы и т.п., поскольку экономически, да и функционально, невозможно такую систему отказавшую систему заменять новой.

Долговечность связывают с возможностью развития и совершенствования системы, кроме того, любая техническая система в процессе функционирования должна «отработать» затраты на ее создание. Долговечность системы складывается не только из периодов ее функционирования, когда сохраняется ее работоспособность, заложенная при проектировании и изготовлении, но и из той ее способности выполнять свои функции, которую она получает от периодических профилактик, ремонтов и замен изношенных узлов и агрегатов. Увеличение долговечности системы требует дополнительных затрат времени, материальных и экономических ресурсов, поэтому на каждой стадии эксплуатации системы решается задача: что экономически, технически, организационно целесообразно тратить ресурсы на увеличение долговечности существующей системы или приобрести (построить) новую. Возможность увеличения долговечности технической системы закладывается на этапе проектирования и создания и обеспечивается на этапе эксплуатации.

Безотказность и долговечность – это две стороны одного свойства. Так, на рис. 2.1.2 показаны периоды времени функционирования до отказа T_0^1, T_0^2, ..., T_0^i и восстановления $T_в^1$, $T_в^2$, ..., $T_в^i$.

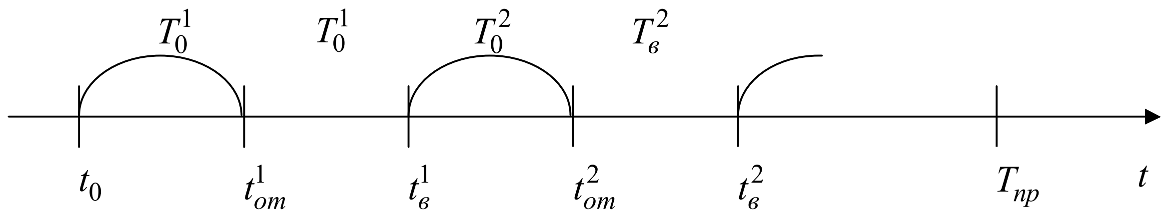


Рис. 2.1.2

Безотказность характеризуется параметрами T_0^1, T_0^2, ... Здесь T_0^1 – это время наработки на первый отказ, а T_0^i, $i \geq 2$ – время безотказного функционирования системы между двумя соседними отказами:

$$T_0^i = t_{\text{от}}^i - t_в^{i-1},\ i \geq 2, \tag{2.1.1}$$

где $t_{\text{от}}^{i}$ – момент наступления i-го отказа;

$t_{в}^{i-1}$ – момент окончания $(i-1)$-го восстановления.

Соответственно долговечность характеризуется всем периодом времени от t_0 до $T_{пр}$ ($T_{пр}$ – время достижения системой предельного состояния):

$$T_{пр} = \sum_{i} T_0^i + \sum_{i} T_в^i. \qquad (2.1.2)$$

3. Ремонтопригодность – это приспособленность изделия (системы) к проведению различных работ по сохранению или восстановлению его работоспособности. Это свойство характерно для многоразовых восстанавливаемых систем длительной эксплуатации. Возможность проводить различного рода профилактики, ремонты, замены отказавших элементов закладывается на этапе проектирования и является важнейшим условием долговечности системы.

4. Сохраняемость – это свойство изделия (системы) сохранять в заданных пределах установленные технической документацией значения характеристик в процессе и после хранения и транспортировки.

Рассмотренные свойства технических систем определяют их надежность. Для того чтобы можно было судить о том, обладает ли конкретная система тем или иным свойством и на сколько, необходимо ввести меру интенсивности проявления этих свойств, т.е. ввести соответствующие показатели.

Показатели вводят для измерения степени проявления различных свойств надежности технической системы, т.е. показатель – это мера интенсивности проявления соответствующего свойства надежности.

2.2. Показатели безотказности функционирования ТС

В п. 2.1 были рассмотрены основные свойства надежности технических систем: безотказность, долговечность, ремонтопригодность, сохраняемость. Введем соответствующие показатели этих свойств надёжности.

Безотказность – это способность системы сохранять свою работоспособность в течение некоторого времени t. Как уже было определено, отказ – это случайное событие $\overline{A}$, состоящее в том, что система потеряет работоспособность ранее времени t. Если обозначить время безотказного функционирования системы через T_0, то

$$A = \{T_0 \ge t\} \text{ и } \overline{A} = \{T_0 < t\}. \qquad (2.2.1)$$

Тогда $P(A) = P(T_0 \ge t) = P(t)$ – **вероятность безотказного функционирования** системы в течение времени t и будет **показателем безотказности** (показателем надёжности). В свою очередь $\overline{A}$ (отказ системы) определим как событие $\{T_0 < t\}$, исходя из чего $Q(\overline{A}) = P(T_0 < t)$ – **вероятность отказа.**

Между $P(A)$ и $Q(\overline{A})$ существует естественное соотношение

$$P(A) = 1 - Q(\overline{A}). \qquad (2.2.2)$$

Учитывая, что $P(T_0 < t) = F(t)$ – функция распределения случайной величины T_0, то можно записать

$$P(A) = 1 - F(t) = P(t). \qquad (2.2.3)$$

Важное место в исследовании надежности технических систем и элементов занимает такой показатель безотказности, как **интенсивность отказов** $\lambda(t)$. В общем случае это некоторая функция времени, характеризующая изменение надёжности изделия в процессе эксплуатации (функционирования). Рассмотрим содержание этого показателя, которое зависит от типа исследуемого изделия.

Пусть некоторая система проработала безотказно до времени t: определить вероятность того, что она не откажет и на интервале $[t,\ t+\Delta t]$, т.е.

$$P\left(T_0 \ge t+\Delta t / T_0 > t\right). \qquad (2.2.4)$$

Это условная вероятность, которую определяем из соотношения (рис. 2.2.1)

$$P(T_0 \ge t+\Delta t) = P(T_0 > t) P(T_0 \ge t+\Delta t / T_0 > t). \qquad (2.2.5)$$

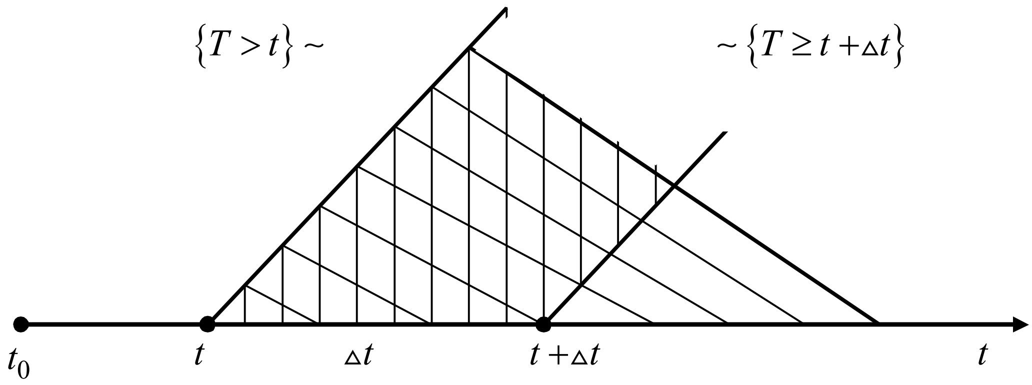


Рис. 2.2.1

Из равенства (2.2.5) получим условную вероятность

$$P(T_0 \ge t+\Delta t / T_0 > t) = \frac{P(T_0 \ge t+\Delta t)}{P(T_0 > t)};\ \ P(T_0 > t) > 0. \qquad (2.2.6)$$

Соответствующая условная вероятность отказа с учетом (2.2.6) будет равна

$$P(T_0 < t+\Delta t / T_0 > t) = 1 - P(T_0 \ge t+\Delta t / T_0 > t) =$$
$$= \frac{P(T_0 \ge t)}{P(T_0 > t)} - \frac{P(T_0 \ge t+\Delta t)}{P(T_0 > t)} = \frac{-P(T_0 \ge t+\Delta t) + P(T_0 \ge t)}{P(T_0 > t)}. \qquad (2.2.7)$$

Рассмотрим предел

$$\lim_{\vartriangle t \to 0}\left[\frac{-P(T_0 \ge t + \vartriangle t) + P(T_0 > t)}{\vartriangle t}\right] = -\frac{dP(t)}{dt},$$

где $P(t) = P(T_0 > t)$.

В свою очередь, вероятность попадания непрерывной случайной величины на элементарный участок $\vartriangle t$ равна $f_{T_0}(t)\vartriangle t$, т.е.

$$P(T_0 < t + \vartriangle t / T_0 > t) \approx f_{T_0}(t)\vartriangle t, \qquad (2.2.8)$$

где $f_{T_0}(t)$ – условная плотность распределения величины T_0.

Тогда, подставляя (2.2.8) и (2.2.6) в (2.2.7), получим

$$P(T_0 < t + \vartriangle t / T_0 > t) = -\frac{\frac{dP(t)}{dt}}{P(t)} \approx f_{T_0}(t). \qquad (2.2.9)$$

Здесь $-\frac{dP(t)}{dt} = f(t)$ – безусловная плотность распределения величины T_0. Действительно, согласно (2.2.3) $F(t) = 1 - P(t)$, а по определению

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}.$$

Окончательно получим $f_{T_0}(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$. Эту функцию обозначают $\lambda(t)$ и называют **функцией интенсивности отказов** – условная плотность распределения времени безотказного функционирования системы при условии, что она уже безотказно проработала до момента t, т.е.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \qquad (2.2.10)$$

или

$$\lambda(t) = -\frac{\frac{dP(t)}{dt}}{P(t)}. \qquad (2.2.11)$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{dP(t)}{dt} + \lambda(t)P(t) = 0. \qquad (2.2.12)$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение, которое при начальных условиях $t = 0$, $P(0) = 1{,}0$ имеет следующее решение:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}. \qquad (2.2.13)$$

В силу (2.2.10) между $\lambda(t)$, $P(t)$ и $f(t)$ можно установить взаимосвязи, которые позволяют, зная одну функцию, определить две другие.

Пусть:

1) $\lambda(t)$ известна, тогда

$$P(t)=e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} \text{ и } f(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}; \qquad (2.2.14)$$

2) $f(t)$ известна, тогда

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\int_t^{+\infty} f(\tau)d\tau} \text{ и } P(t) = \int_t^{+\infty} f(\tau)d\tau; \qquad (2.2.15)$$

3) $P(t)$ известна, тогда

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)}, \; f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}. \tag{2.2.16}$$

Наряду с приведенным содержанием интенсивности отказов (2.2.10), этому показателю дают и другую трактовку. Рассмотрим систему, состоящую из N однотипных элементов. К моменту времени t осталось исправных $n(t)$ элементов. За время Δt отказало ещё $\Delta n(t)$ элементов. Тогда число отказов в единицу времени будет $\frac{\Delta n(t)}{\Delta t}$. Рассмотрим отношение $\frac{\Delta n(t)}{n(t)\Delta t}$ и отметим, что, если N – исходное число элементов, то при увеличении N число не отказавших элементов $n(t)$ будет сходиться по вероятности к математическому ожиданию не отказавших элементов, т.е. $n(t) \xrightarrow{p} NP(t) = m_n(t)$. Тогда можно принять, что

$$\frac{\Delta n(t)}{n(t)\Delta t} \approx \frac{\Delta n(t)}{NP(t)\Delta t}. \tag{2.2.17}$$

В то же время при увеличении N величина $\frac{\Delta n(t)}{N\Delta t} \approx f^*(t)$ – статистическая плотность. В результате получаем, что $\frac{\Delta n(t)}{NP(t)\Delta t} \Rightarrow \frac{f(t)}{P(t)} = \lambda(t)$, то есть

$$\lambda(t) \approx \frac{\Delta n(t)}{n(t)\Delta t}, \tag{2.2.18}$$

где $\lambda(t)$ – интенсивность отказов – это приближенное число отказов в единицу времени, отнесённое к числу исправно работающих элементов.

2.3. Показатели долговечности функционирования ТС

Долговечность характеризуется временем безотказного функционирования системы до отказа T_0. Как уже отмечалось, T_0 – это непрерывная случайная величина $T_0 \in [0, +\infty)$. Случайная величина определена, если известен закон её распределения $F(t)$, а если условия задачи позволяют, то определяются числовые характеристики. Тогда в качестве **показателя долговечности** можно принять **среднее время наработки на отказ** T_{cp} – **математическое ожидание величины** $T_0 - m_T$:

$$T_{cp} = m_T = \int_0^{+\infty} tf(t)dt. \tag{2.3.1}$$

Учитывая, что $f(t) = -\dfrac{dP(t)}{dt}$, запишем

$$m_T = -\int_0^{+\infty} t\frac{dP(t)}{dt}dt = -\int_0^{+\infty} tdP(t). \tag{2.3.2}$$

Интегрируя это выражение по частям, окончательно получаем

$$m_T = \int_0^{+\infty} P(t)dt, \tag{2.3.3}$$

так как $tP(t) \to 0$ при $t \to +\infty$, $P(+\infty) \to 0$.

В качестве показателя долговечности так же принимают **гарантийное время безотказного функционирования системы** $\tau_{гр}$, которое определим как квантиль уравнения

$$P(T_0 \ge \tau_{гр}) = \alpha, \tag{2.3.4}$$

где α – требуемый уровень гарантии (заданная вероятность).

Уравнение (2.3.4) можно преобразовать следующим образом:

$$P(T_0 \ge \tau_{гр}) = 1 - P(T_0 < \tau_{гр}) = 1 - F_T(\tau_{гр}) = \alpha ,$$

откуда

$$F_T(\tau_{гр}) = 1 - \alpha , \qquad (2.3.5)$$

и, зная закон распределения $F_T(t)$, легко определить величину

$$\tau_{гр} = F_T^{-1}(1 - \alpha), \qquad (2.3.6)$$

где F_T^{-1} – обратная функция для $F_T(t)$.

2.4. Показатели ремонтопригодности ТС

Ремонтопригодность – это приспособленность системы к проведению различных работ по техническому обслуживанию и ремонту. Это свойство характеризуется временем простоя системы для проведения этих мероприятий T_B – время восстановления. Время восстановления в общем случае – случайная величина $T_B \in (0, +\infty)$. Следовательно, в качестве показателя ремонтопригодности системы можно принять: **математическое ожидание времени восстановления** m_{TB} (среднее время восстановления) либо **коэффициент готовности** $K_Г$, который определяется как вероятность застать систему в работоспособном состоянии в произвольный момент времени t.

2.5. Показатели сохраняемости ТС

Сохраняемость – это свойство системы сохранять характеристики в пределах, установленных технической документацией в процессе и после хранения и транспортировки. В качестве показателя сохраняемости обычно используют $\gamma\%_0$ – гамма-процентный срок сохраняемости: срок, в течение которого $\gamma\%_0$ изделий сохраняют установленные характеристики.

Наряду с этими показателями в практике оценивания надежности используют **остаточное время жизни**.

Пусть в момент времени t_0 система начала выполнять некоторую задачу, на которую требуется τ_x времени, т.е. система должна проработать безотказно на интервале $(t_0;\ t_0+\tau_x)$. И если ξ_t – время от момента t_0 до очередного отказа, то очевидно, что должно выполнятся условие $(\xi_t \ge \tau_x)$ (рис. 2.5.1), т.е. ξ_t – остаточное время жизни.

Рис. 2.5.1

Вероятность этого условия практически можно определить для установившегося, стационарного режима. В этом случае

$$F_\xi(\tau_x) = P(\xi_t < \tau_x) = \frac{1}{m_T}\int_0^{\tau_x} P_\xi(t)dt\,, \tag{2.5.1}$$

где m_T – математическое ожидание случайной величины T_0.

Или учитывая, что $P(t) \le 1$,

$$P(\xi_t < \tau_x) = \frac{1}{m_T}\int_0^{\tau_x} P_\xi(t)dt \le \frac{\tau_x}{m_T}, \tag{2.5.2}$$

соответственно

$$P(\xi_t < \tau_x) \ge 1 - \frac{\tau_x}{m_T} \tag{2.5.3}$$

при $\tau_x < m_T$.

А среднее остаточное время жизни составляет

$$M\left[\xi_t\right] = \int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{m_T}\left[\int\limits_0^{\tau_x} P(t)dt\right] d\tau_x = \frac{m_T}{2} + \frac{\sigma_T{}^2}{2m_T}, \qquad (2.5.4)$$

где σ_T – среднее квадратическое отклонение случайной величины T_0.

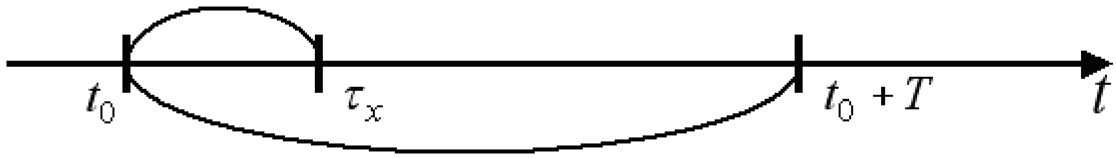


Рис. 2.5.2

Этот результат в некотором роде является парадоксальным, но здесь срабатывает следующее условие: если некоторый интервал разделён на два неравных отрезка, $(t_0;\ t_0{+}\tau_x)$ и $(t_0{+}\tau_x;\ t_0{+}T{-}\tau_x)$, то брошенная наугад точка чаще попадает на больший интервал $(t_0{+}\tau_x;\ t_0{+}T{-}\tau_x)$ (рис. 2.5.2).

2.6. Законы распределения времени безотказного функционирования систем (изделий)

Важнейшей характеристикой надежности функционирования технических систем служит временной фактор, и прежде всего время безотказного функционирования системы T_0. В силу того, что эта величина случайна, ее исчерпывающей характеристикой является закон распределения $F(t)$. Вид этого закона зависит от условий функционирования системы и периода эксплуатации. О свойствах закона распределения достаточно полно можно судить, проанализировав характер изменения такого показателя надежности, как интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Опытные данные и результаты наблюдений за работой реальных систем показывают, что принципиальный характер изменения функций $\lambda(t)$ имеет три различных, явно выраженных области (рис. 2.6.1):

1) период приработки, когда проявляются конструктивные и производственные ошибки, интенсивность отказов убывает со временем; на этом этапе в основном наступают внезапные отказы;

2) период постепенных отказов – стационарный период или период нормальной эксплуатации, когда интенсивность отказов остается практически постоянной $\lambda(t) = \lambda$;

3) период старения элементов, когда в результате физического износа интенсивность отказов элементов в системе начинает возрастать.

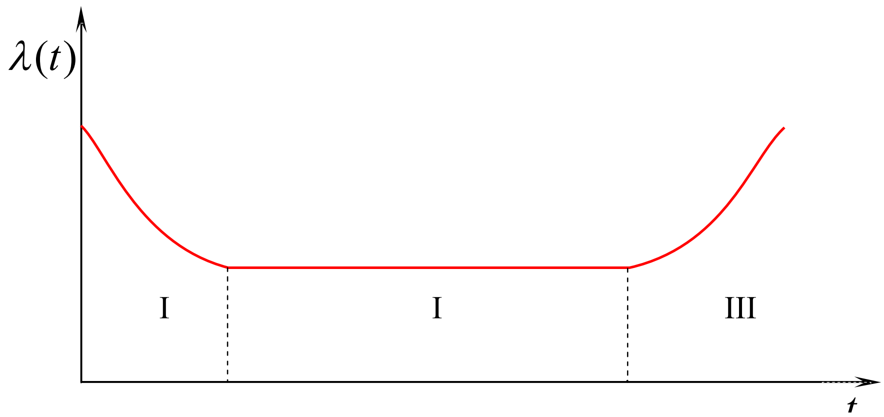


Рис. 2.6.1

Поэтому часто, особенно в ответственных системах, до сдачи системы в эксплуатацию, её элементы, прежде чем поставить в систему, «прогоняют» или «выжигают» в них неисправности, включая их на номинальную нагрузку на стендах или лабораторных установках с тем, чтобы сразу выйти на II участок.

В соответствии с этими свойствами функции $\lambda(t)$ и время безотказного функционирования T_0 на различных участках будет иметь различные законы распределения.

1. Наибольший практический интерес представляет II участок, так как это время основной работы элементов, где $\lambda(t) = const = \lambda$.

В этом случае $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ и соответственно $P(t) = e^{-\lambda t}$, а

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \ \lambda > 0. \tag{2.6.1}$$

Это ***экспоненциальное распределение***, где

$$m_T = \frac{1}{\lambda}, \ D_T = \frac{1}{\lambda^2}. \tag{2.6.2}$$

Найдём теперь гарантийное время

$$P(\tau_{гр}) = \alpha = e^{-\lambda \tau_{гр}}, \tag{2.6.3}$$

где α – заданный уровень вероятности безотказного функционирования.

Логарифмируя (2.6.3), получим

$$\ln \alpha = -\lambda \tau_{гр}, \tag{2.6.4}$$

откуда

$$\tau_{гр} = -\frac{\ln \alpha}{\lambda} \tag{2.6.5}$$

или с учетом ($m_T = \frac{1}{\lambda}$):

$$\tau_{гр} = -m_T \ln \alpha. \tag{2.6.6}$$

Для показательного распределения характерно отсутствие последействия. Рассмотрим процесс функционирования системы (рис. 2.6.2).

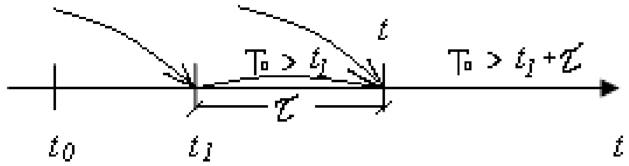


Рис. 2.6.2

Предположим, что система безотказно профункционировала до момента t_1 и после этого ещё безотказно функционировала в течение времени τ.

Рассмотрим вероятность этого события:

$$P\left(T_0 \geq t_1 + \tau \middle/ T_0 > t_1\right), \; t_1 + \tau = t\,.$$

В соответствии со схемой события (см. рис. 2.6.2) эта вероятность будет равна

$$P\left(T_0 \geq t \middle/ T_0 > t_1\right) = \frac{P\left(T_0 \geq t_1 + \tau\right)}{P\left(T_0 > t_1\right)},$$

где $P\left(T_0 \geq t_1 + \tau\right)$ – вероятность того, что система проработает безотказно дольше времени $t_1 + \tau$;

$P\left(T_0 > t_1\right)$ – вероятность того, что система проработала безотказно дольше времени t_1, $P\left(T_0 > t_1\right) > 0$.

С учетом того, что время безотказного функционирования системы подчиняется показательному распределению, получим

$$P\left(T_0 \geq t_1 + \tau \middle/ T_0 > t_1\right) = \frac{e^{-\lambda(t_1+\tau)}}{e^{-\lambda t_1}} = e^{-\lambda\tau}, \; t > t_1\,.$$

Следовательно, для показательного распределения характерным является то, что распределение времени безотказного функционирования системы не зависит от того, сколько времени до момента t система проработала безотказно, т.е.

$$P\left(T_0 \geq t \middle/ T_0 > t_1\right) = P\left(T_0 \geq t\right). \qquad (2.6.7)$$

Это так называемое условие безпоследействия. Распределение времени безотказного функционирования после t_1 также будет подчиняться показательному распределению с тем же параметром λ

$$P\left(T_0 \geq t \middle/ T_0 > t_1\right) = e^{-\lambda t}. \qquad (2.6.8)$$

Анализ модели $P(t) = e^{-\lambda t}$ (рис. 2.6.1) показывает, что интервал, на котором выполняется условие $\lambda = const$ и соответственно $m_T = \dfrac{1}{\lambda}$, ограничен значениями от $t_1 = 0$ до $t_2 = 2m_T$ ($m_T \pm \sqrt{D_T} = m_T \pm m_T$). При дальнейшем увеличении $t (t > 2m_T)$ наступает старение системы и $\lambda \neq const$. Однако при $t = 2m_T$ получаем $P(2m_T) = e^{-\lambda 2 m_T} = e^{-\frac{1}{m_T} 2 m_T} = e^{-2} = 0{,}135$, т.е. вероятность безотказного функционирования системы в этом случае крайне низка, а при $t = m_T : P(m_T) = 0{,}385$.

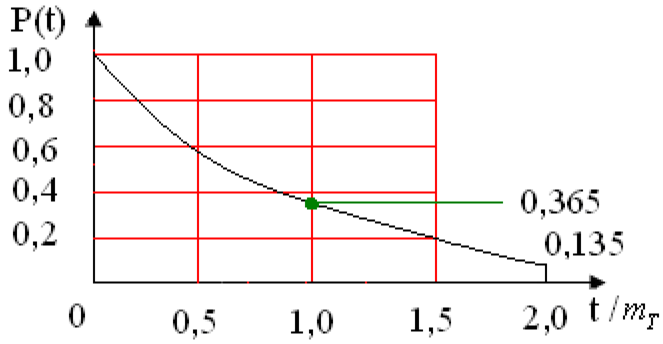


Рис. 2.6.3

2. Если $\lambda(t)$ является функцией времени, например, $\lambda(t) = \alpha\lambda_0 t^{\alpha-1}$, то получаем ***распределение Вейбулла***:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda_0 t^\alpha}, & t > 0,\ \lambda_0 > 0; \\ 0, t \le 0, & \end{cases} \tag{2.6.9}$$

где a – параметр формы распределения (определяется по экспериментальным данным); λ_0 – параметр масштаба.

Это распределение достаточно адекватно описывает распределение времени T_0 на I участке (рис. 2.6.4) при $a < 1$:

$$P(T \ge t) = P(t) = e^{-\lambda_0 t^\alpha}, \tag{2.6.10}$$

а

$$\lambda(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \tag{2.6.11}$$

и

$$m_T = \lambda_0^{-\frac{1}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right), \tag{2.6.11a}$$

а

$$\sigma_T^2 = \lambda_0^{-\frac{2}{\alpha}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right],$$

где $\Gamma(.)$ – гамма-функция: для непрерывных значений t

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} dx;$$

для целых значений t

$$\Gamma(t) = (t-1)!$$

График $\lambda(t)$ приведен на рис. 2.6.4.

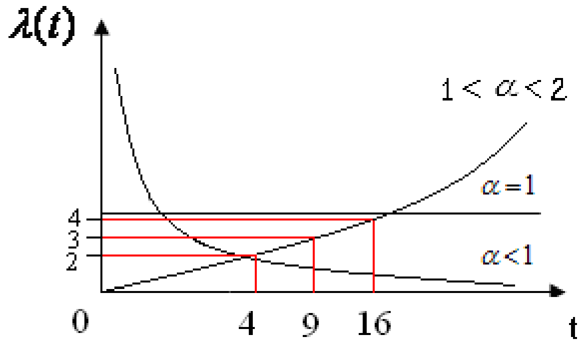


Рис. 2.6.4

При $a = 1$ распределение Вейбулла превратится в экспоненциальное $f(t) = \lambda_0 t^{1-1} e^{-\lambda_0 t} = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}$ при $t \geq 0$, $\lambda_0 > 0$.

Соответственно, при $a = 2$

$$f(t) = 2\lambda_0 t e^{-\lambda_0 t^2}, \text{ при } t \geq 0 \quad \lambda_0 > 0,$$

получаем распределение Релея:

$$\lambda(t) = 2\lambda_0 t.$$

При $1 < a < 2$ эта функция монотонно возрастает (рис. 2.6.4), т.е. распределение Вейбулла может быть использовано и для описания III участка.

3. Распределение времени T_0 на I и II участках можно описать ***суперпозицией двух*** экспоненциальных распределений

$$f_T(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}, \qquad (2.6.12)$$

где в силу того, что $\int_0^{+\infty} f_T(t)dt = 1$,

$c_1 + c_2 = 1$.

В соответствии с тем, что

$$P(t) = \int_t^{+\infty} f_T(\tau)d\tau = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}, \qquad (2.6.13)$$

а $$T_{cp} = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2},$$

получим $$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}=\frac{c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}+c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t}+c_2 e^{-\lambda_2 t}}. \qquad (2.6.14)$$

График $\lambda(t)$ (2.6.14) приведен на рис. 2.6.5.

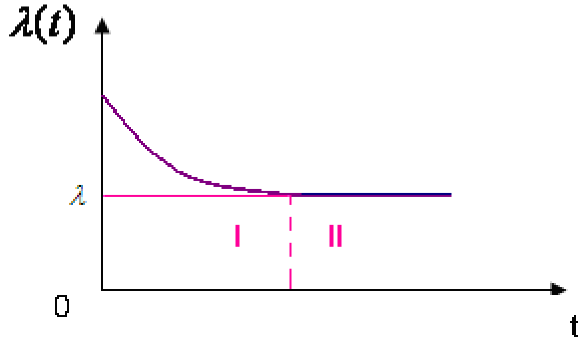


Рис. 2.6.5

Если $\lambda_2>\lambda_1$, то $e^{-\lambda_2 t}<<e^{-\lambda_1 t}$ и $\lambda(t)\approx\lambda_1$, т.е. получаем распределение II участка.

4. Третий участок может быть описан **усеченным нормальным распределением.** Нормальное распределение характеризует случайную величину, заданную на всей числовой оси, а время T_0 может принимать значения только на полуинтервале [0, +∞) (рис. 2.6.6). Следовательно, чтобы описать распределение T_0 нормальным законом, его необходимо перенормировать из условия

$$\int_0^{+\infty}\frac{c}{\sigma_T\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-m_T)^2}{2\sigma_T^2}}dt=1, \qquad (2.6.15)$$

где m_T и σ_T – параметры нормального распределения;

с – параметр нормировки.

Из условия (2.6.15) находим, что

$$c=\frac{1}{F_T\left(\frac{m_T}{\sigma_T}\right)}; \qquad (2.6.16)$$

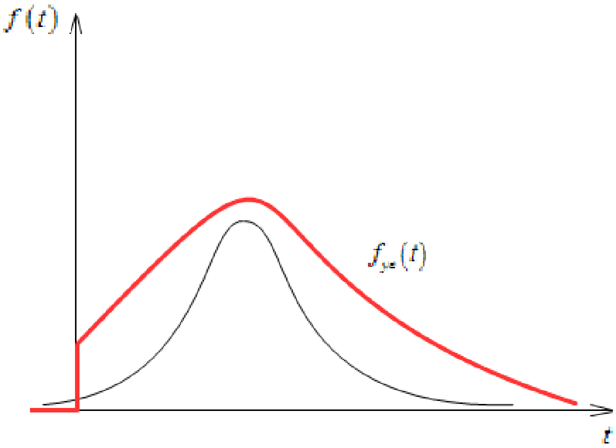


Рис. 2.6.6

где $F_T(.)$ – табличная функция распределения нормального закона.

Тогда вероятность безотказного функционирования будет равна

$$P(t) = P(T_0 \ge t) = \int_t^{+\infty} f(t)dt = c\int_t^{+\infty} \frac{1}{\sigma_T\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_T)^2}{2\sigma_T^2}} dt =$$

$$= c\left[F_T(+\infty) - F_T\left(\frac{t-m_T}{\sigma_T}\right)\right] = c\left[1 - F_T\left(\frac{t-m_T}{\sigma_T}\right)\right] = cF_T\left(\frac{m_T-t}{\sigma_T}\right),$$

так как $F_T(-x) = 1 - F_T(x)$.

С учетом (2.6.16) окончательно получим

$$P(t) = \frac{F_T\left(\dfrac{m_T-t}{\sigma_T}\right)}{F_T\left(\dfrac{m_T}{\sigma_T}\right)}; \; t \ge 0. \qquad (2.6.17)$$

Соответственно

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\dfrac{c}{\sigma_T} f_T(t)}{cF_T\left(\dfrac{m_T-t}{\sigma_T}\right)} = \frac{\dfrac{1}{\sigma_T} f_T\left(\dfrac{t-m_T}{\sigma_T}\right)}{F_T\left(\dfrac{m_T-t}{\sigma_T}\right)}, \qquad (2.6.18)$$

где $f_T(.)$ – табличная функция плотности нормального распределения.

График $\lambda(t)$ приведен на рис. 2.6.7.

Рис. 2.6.7

Значения среднего времени наработки на отказ и гарантийное время при заданном уровне α в этом случае будут равны

$$\mathrm{T}_{cp} = m_T + \sigma_T \frac{f_T\left(\frac{m_T}{\sigma_T}\right)}{F_T\left(\frac{m_T}{\sigma_T}\right)} \tag{2.6.19}$$

и

$$\tau_\alpha = m_T - \sigma_T y_T\left(\frac{\alpha}{c}\right), \tag{2.6.20}$$

где $y_T(.)$ – аргумент табличной функции F_T при заданном α.

2.7. Показатель внутренней готовности системы

Внутренняя готовность – это свойство, которое характеризует заложенную в систему способность обеспечивать непрерывную работу в течение требуемого времени при правильном ее использовании и обслуживании. Внутренняя готовность представляет основную меру успеха, достигнутого конструктором в осуществлении намеченной цели, меру того «наилучшего», которое по праву ожидает потребитель, и не затрагивает вопросы пригодности конструкции для выполнения целевой задачи при правильном ее функционировании. При этом время на организацию эксплуатации и снабжение расходными материалами и запасными частями не учитывается, т.е. учитывается только технический (конструкционный) аспект системы.

Характеристикой внутренней готовности является отношение времени безотказной работы системы к сумме времени безотказной работы и времени ремонта. Это отношение эквивалентно вероятности того, что в произвольно взятый момент система будет находиться в работоспособном состоянии.

Пусть T_0 – время безотказной работы системы между двумя отказами;

T_B – время выполнения ремонта;

$K_{ВГ}$ – коэффициент внутренней готовности.

Тогда

$$K_{ВГ} = \frac{T_0}{T_0 + T_B}. \qquad (2.7.1)$$

Если T_0 и T_B – случайные величины, то и $K_{ВГ}$ – случайная величина. Следовательно, в качестве показателя внутренней готовности примем показатель среднего результата, т.е. математическое ожидание этой случайной величины $M[K_{ВГ}]$.

Этот показатель равен

$$\widetilde{K}_{ВГ} = M\left[K_{ВГ}\right] = \int_0^{1,0} kf(k)dk, \qquad (2.7.2)$$

где $f(k)$ – плотность распределения случайной величины $K_{ВГ}$ – неизвестна.

Эту плотность определим как распределение функции двумерного случайного вектора.

Если предположить, что T_0 и T_B независимые и подчиняются показательному распределению с параметрами $\lambda = \dfrac{1}{m_{T_0}}$ и $\mu = \dfrac{1}{m_{T_B}}$ соответственно, то их совместная плотность распределения будет

$$f(t,\ \tau) = \lambda\mu e^{-\lambda t - \mu\tau},\ t \ge 0,\ \tau \ge 0,\ \lambda > 0,\ \mu > 0. \qquad (2.7.3)$$

Правило определения распределения функции случайного двумерного вектора состоит в следующем: необходимо ввести дополнительную переменную Y_2 и построить якобиан преобразования J.

$$Y_1 = \varphi_1(X_1, X_2),$$

$$Y_2 = \varphi_2(X_1, X_2).$$

Тогда

$$f(y_1, y_2) = f(x_1, x_2)|J|, \qquad (2.7.4)$$

где $f(x_1, x_2)$ – совместная плотность распределения случайного вектора (X_1, X_2), в нашем случае это будет $f(t, \tau)$.

Распределение одной переменной Y_1 из двух Y_1, Y_2 определим как частное распределение

$$f(y_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2)|J|\, dy_2, \qquad (2.7.5)$$

где $x_1 = \varphi_1^{-1}(y_1, y_2)$, $x_2 = \varphi_2^{-1}(y_1, y_2)$ – обратные функции.

В общем случае

$$J=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial\varphi_1^{-1}(y_1,y_2)}{\partial y_1} & \dfrac{\partial\varphi_1^{-1}(y_1,y_2)}{\partial y_2} \\ \dfrac{\partial\varphi_2^{-1}(y_1,y_2)}{\partial y_1} & \dfrac{\partial\varphi_2^{-1}(y_1,y_2)}{\partial y_2} \end{vmatrix}.$$

Чтобы воспользоваться этим правилом, введем дополнительную переменную $y_2=\tau_B$ и построим систему

$$Y_1=K_{вг}=\frac{T_0}{T_0+T_B};\ (\varphi_1)$$

$$Y_2=T_B. \qquad (\varphi_2)$$

Соответственно обратные функции будут

$$\varphi_1^{-1}=T_0=\frac{T_B\,K_{ВГ}}{1-K_{ВГ}}; \qquad (2.7.6)$$

$$\varphi_2^{-1}=T_B.$$

Тогда с учетом (2.7.6)

$$J=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial T_0}{\partial k_Г} & \dfrac{\partial T_0}{\partial \tau_B} \\ \dfrac{\partial \tau_B}{\partial k_Г} & \dfrac{\partial \tau_B}{\partial \tau_B} \end{vmatrix}=\left|\frac{\partial T_0}{\partial k_Г}\right|=\frac{\tau_B}{(1-k_Г)^2}. \qquad (2.7.7)$$

Так как $\dfrac{\partial\tau_B}{\partial k_Г}=0$, а $\dfrac{\partial\tau_B}{\partial\tau_B}=1$.

Подставим (2.7.3) и (2.7.7) в (2.7.5) и проведем преобразования:

$$f(k)=\int_0^{+\infty} f(t,\tau)|J|\,d\tau=\int_0^{+\infty}\lambda\mu\,e^{-\lambda t-\mu\tau}\frac{\tau}{(1-k)^2}\,d\tau=$$

$$=\frac{\lambda\mu}{(1-k)^2}\int_0^{+\infty}\exp\left\{-\lambda\frac{k\tau}{1-k}-\mu\tau\right\}\tau\,d\tau=\frac{\lambda\mu}{(1-k)^2}\int_0^{+\infty}\exp\left\{-\tau\left(\frac{\lambda k+\mu(1-k)}{1-k}\right)\right\}\tau\,d\tau.$$

Обозначим

$$a=\frac{\lambda\mu}{(1-k)^2};\quad b=\frac{\lambda k+\mu(1-k)}{1-k}.$$

Тогда

$$f(k)=a\int_0^{+\infty}\tau e^{-b\tau}d\tau. \tag{2.7.8}$$

Введем дополнительные переменные

$$u=\tau \text{ и } v'=e^{-b\tau}, \text{ а } u'=1 \text{ и } v=-\frac{1}{b}e^{-b\tau}. \tag{2.7.9}$$

Интегрируя (2.7.8) по частям (2.7.9), получим

$$f(k)=a\left[-\tau\frac{1}{b}e^{-b\tau}\Big|_0^{+\infty}+\int_0^{+\infty}\frac{1}{b}e^{-b\tau}d\tau\right]=a\left[\frac{1}{b^2}e^{-b\tau}\Big|_0^{+\infty}\right]=a\frac{1}{b^2}=$$

$$=\frac{\lambda\mu}{(1-k)^2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{\lambda k}{1-k}+\mu\right)}=\frac{\lambda\mu}{\left(k(\lambda-\mu)+\mu\right)^2},\quad 0\le k\le 1{,}0. \tag{2.7.10}$$

Для показательного распределения

$$\lambda=\frac{1}{m_{T_0}},\ \mu=\frac{1}{m_{T_B}}.$$

Тогда

$$f(k)=\frac{m_{T_0}m_{T_B}}{\left[k\left(m_{T_B}-m_{T_0}\right)+m_{T_0}\right]^2}.$$

Подставляя это значение $f(k)$ в (2.7.2), получим

$$m_k = \int\limits_0^{1,0} \frac{m_{T_0} m_{T_B} k}{\left[k\left(m_{T_B} - m_{T_0}\right) + m_{T_0}\right]^2} dk = \frac{m_{T_0}}{m_{T_0} - m_{T_B}} + \frac{m_{T_0} m_{T_B}}{\left(m_{T_B} - m_{T_0}\right)^2} \ln \frac{m_{T_B}}{m_{T_0}} \quad (2.7.11)$$

при $m_{T_B} \neq m_{T_0}$.

Проведем преобразование, введя отношение

$$\alpha = \frac{m_{T_0}}{m_{T_B}},$$

$$m_k = \frac{\alpha}{\alpha - 1} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} \ln \frac{1}{\alpha},$$

и построим график изменения этой функции (рис. 2.7.1) в зависимости от α, учитывая, что $m_{T_0} = \alpha m_{T_B}$, а $m_{T_B} = 1,0$.

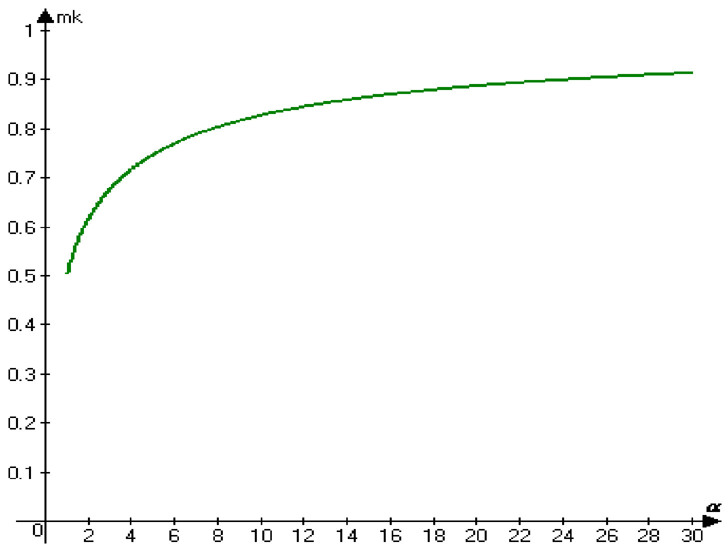


Рис. 2.7.1

2.8. Решение типовых примеров

Пример 2.8.1. Время безотказного функционирования элемента подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Оценить количественные значения показателей надежности элемента $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, m_T для $t = 1\ 000$ ч.

Решение. Используем формулы (2.6.1) и (2.6.2) для вычисления

$$P(t),\ Q(t),\ f(t),\ m_T.$$

1. Вычислим вероятность безотказного функционирования:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot t}.$$

Используя табл. 2 [2, с. 565], получим

$$P(1000) = e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0{,}025} = 0{,}9753.$$

2. Вычислим вероятность отказа:

$$Q(1000) = 1 - P(1000) = 0{,}0247.$$

3. Вычислим значение плотности распределения (2.2.10):

$$f(1000) = \lambda(t) p(t) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot t} = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} =$$
$$= 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}9753 = 2{,}439 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}.$$

4. Вычислим среднее время наработки на отказ:

$$m_T = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 40\ 000 \text{ ч}.$$

Пример 2.8.2. Время безотказного функционирования изделия подчиняется усеченному нормальному распределению с параметрами $m_T = 8\ 000$ ч, $\sigma_T = 2\ 000$ ч. Оценить значения показателей надежности $P(t)$ и $\lambda(t)$ для $t = 10\ 000$ ч.

Решение. Используем формулы (2.6.17), (2.6.18) и (2.6.19).

1. Вычисляем вероятность безотказного функционирования изделия:

$$P(t) = \frac{F_T\left(\dfrac{m_T - t}{\sigma_T}\right)}{F_T\left(\dfrac{m_T}{\sigma_T}\right)}.$$

Здесь $F_T\left(\dfrac{m_T - t}{\sigma_T}\right) = F_T\left(\dfrac{8000 - 10000}{2000}\right) = F_T(-1)$.

По табл. 1 [2, с. 561] $F_T(-1) = 0{,}1587$.

$$F_T\left(\frac{m_T}{\sigma_T}\right) = F_T\left(\frac{10\ 000}{2\ 000}\right) = F_T(5).$$

По табл. 1 [2, с. 561] $F_T(5) = 1{,}0$.

Подставляя $F_T(-1)$ и $F_T(5)$ в исходное выражение, получим

$$P(t) = \frac{0{,}1587}{1{,}0} = 0{,}1587.$$

2. Вычисляем $\lambda(t)$ согласно (2.2.10) и (2.6.18):

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\dfrac{1}{\sigma_T} f_T\left(\dfrac{t - m_T}{\sigma_T}\right)}{F_T\left(\dfrac{m_T - t}{\sigma_T}\right)}.$$

Здесь

$$f_T\left(\frac{t-m_T}{\sigma_T}\right)=f_T\left(\frac{10000-8000}{2000}\right)=f_T(1).$$

По табл. 3 [2, с. 567] $f_T(1)=0,242$.

Тогда $\lambda(t)=\dfrac{0,242}{2\cdot 10^3\cdot 0,1587}=\dfrac{0,121}{0,1587}\cdot 10^{-3}=0,764\cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Пример 2.8.3. Время безотказного функционирования изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами $a=1,5$; $\lambda_0=10^{-4}$ 1/ч, а время работы изделия $t=100$ ч. Оценить значения показателей надежности изделия $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_T.

Решение

1. Определим вероятность безотказного функционирования $P(t)$ по формуле (2.6.10):

$$P(t)=\exp(-\lambda_0 t^a);\ P(100)=\exp(-10^{-4}\cdot 100^{1,5});\ x=100^{1,5};$$

$$\lg x=1,5\cdot\lg 100=3;\ x=1000;\ P(100)=\mathrm{e}^{-0,1}=0,9048.$$

2. Определим частоту отказов $f(t)$ по формуле (2.6.9):

$$f(t)=\lambda_0 a t^{a-1}P(t);$$

$$f(100)=10^{-4}\cdot 1,5\cdot 100^{0,5}\cdot 0,9048\approx 1,35\cdot 10^{-3}\ \text{1/ч}.$$

3. Определим интенсивность отказов $\lambda(t)$:

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)};$$

$$\lambda(100) = \frac{f(100)}{P(t)} = \frac{1{,}35 \cdot 10^{-3}}{0{,}9048} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

4. Определим среднее время безотказной работы изделия m_T:

$$m_T = \frac{\frac{1}{a} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{a}\right)}{\lambda_0^{1/a}} = \frac{\frac{1}{1{,}5} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{1{,}5}\right)}{(10^{-4})^{1/1.5}} = \frac{0{,}666 \cdot \Gamma(0{,}666)}{10^{-2{,}666}}.$$

Так как $z\Gamma(z) = \Gamma(z+1)$, то

$$m_T = \frac{\Gamma(1{,}666)}{10^{-2{,}666}};$$

$$x = 10^{-2{,}666};\ \lg x = -2{,}666 \cdot \lg 10 = -2{,}666 = \overline{3}{,}333;\ x = 0{,}00215,$$

а

$$\Gamma(1{,}666) = 0{,}90167.$$

Тогда $m_T = \dfrac{0{,}90167}{0{,}00215} = 426$ ч.

Пример 2.8.4. В результате анализа данных об отказах аппаратуры установлено, что плотность распределения времени наработки на отказ имеет вид

$$f(t) = c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Оценить показатели надежности: $P(t)$, $\Lambda(t)$, m_T.

Решение

1. Определим вероятность безотказного функционирования:

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = 1 - \left[\int_0^t c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^t c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt\right] =$$

$$=1-\left[-c_1e^{-\lambda_1 t}\Big|_0^t-c_2e^{-\lambda_2 t}\Big|_0^t\right]=1-\left[-c_1e^{-\lambda_1 t}+c_1-c_2e^{-\lambda_2 t}+c_2\right]=$$
$$=1-(c_1+c_2)+c_1e^{-\lambda_1 t}+c_2e^{-\lambda_2 t}.$$

Вычислим сумму c_1+c_2. Так как $\int\limits_0^\infty f(t)dt=1$, то

$$\int\limits_0^\infty c_1\lambda_1e^{-\lambda_1 t}dt+\int\limits_0^\infty c_2\lambda_2e^{-\lambda_2 t}dt=c_1+c_2=1.$$

Тогда $P(t)=c_1e^{-\lambda_1 t}+c_2e^{-\lambda_2 t}$.

2. Найдем зависимость интенсивности отказов от времени по формуле

$$\Lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}=\frac{c_1\lambda_1e^{-\lambda_1 t}+c_2\lambda_2e^{-\lambda_2 t}}{c_1e^{-\lambda_1 t}+c_2e^{-\lambda_2 t}}.$$

3. Определим среднее время безотказной работы аппаратуры. На основании формулы (2.3.3) будем иметь

$$m_T=\int\limits_0^\infty P(t)dt=c_1\int\limits_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt+c_2\int\limits_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt=\frac{c_1}{\lambda_1}+\frac{c_2}{\lambda_2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления цилиндров автомобильного двигателя в течение 120 ч равна 0,9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется оценить интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени t = 120 ч, а также среднее время безотказной работы.

Задача 2. Среднее время безотказной работы автоматической системы управления равно 640 ч. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение 120 ч, частоту отказов для момента времени t = 120 ч и интенсивность отказов.

Задача 3. Время работы изделия подчинено усеченному нормальному закону с параметрами $m_T = 8\ 000$ ч, $\sigma_T = 1\ 000$ ч. Требуется вычислить значения показателей надежности $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_T для t = 8 000 ч.

Задача 4. Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами $k = 2,6$; $a = 1,65 \cdot 10^{-7}$ 1/ч. Требуется оценить количественные характеристики надежности $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для t = 150 ч и среднее время безотказной работы шарикоподшипников.

Задача 5. В результате анализа данных об отказах изделия установлено, что частота отказов имеет вид $f(t) = 2\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$. Необходимо найти выражения для показателей надежности $P(t)$, $\lambda(t)$, m_T.

Задача 6. В результате анализа данных об отказах изделий установлено, что вероятность безотказной работы выражается формулой $P(t) = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}$. Требуется найти выражения для показателей надежности $P(t)$, $\lambda(t)$, m_T.

Задача 7. Определить вероятность безотказной работы и интенсивность отказов прибора при t = 1 300 ч работы, если при испытаниях получено значение среднего времени безотказной работы $m_T = 1\ 500$ ч и среднее квадратическое отклонение $\sigma_T = 100$ ч.

Контрольные вопросы и задания

1. Раскройте структуру надежности.
2. Что такое безотказность и долговечность ТС?
3. Что такое ремонтопригодность и сохраняемость?
4. Назовите показатели безотказности.
5. Дайте определение интенсивности отказов.
6. Как связаны между собой показатели безотказности?
7. Запишите основное уравнение для вероятности безотказного функционирования изделия.

8. Сформулируйте показатели долговечности.

9. В чем сходство и различие показателей безотказности и долговечности?

10. Определите показатели ремонтопригодности.

11. Каковы особенности показателей ремонтопригодности?

12. Раскройте сущность показателей сохраняемости.

13. Что является основой для построения показателей надежности?

14. Что такое модель функционирования ТС?

15. Назовите особенности экспоненциальной модели.

16. При каких условиях применяется распределение Вейбулла, усеченное нормальное, суперпозиции экспоненциальных распределений?

3. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРОСТЕЙШИХ СТРУКТУР (НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ)

К простейшим структурам систем относят последовательное и параллельное соединение элементов и их различные комбинации.

3.1. Показатели надежности ТС с последовательной структурой

Последовательное соединение элементов в структуре системы называют основным (рис. 3.1.1)

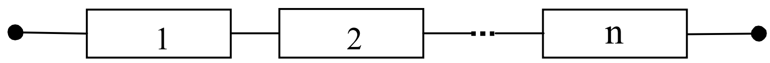


Рис. 3.1.1

Система с такой структурой функционирует до первого отказа одного из элементов, т.е. её время безотказного функционирования будет равно

$$T_c = \min_i \{T_i\} = T_{(1)}, \; i = \overline{1,n}, \tag{3.1.1}$$

где T_i – время безотказного функционирования i-го элемента;

$T_{(1)}$ – 1-я порядковая статистика (наименьшая).

Тогда

$$F_{T_c}(t) = P(T_c < t) = F_{T_{(1)}}(t) = P\left(T_{(1)} < t\right) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - F_{T_i}(t)\right), \tag{3.1.2}$$

где $F_{T_i}(t) = P(T_i < t)$ – функция распределения времени безотказного функционирования i-го элемента.

В этом случае, если $P_i(t) = P(T_i \geq t)$ – вероятность безотказного функционирования i-го элемента, $i = \overline{1,n}$, то вероятность безотказного функционирования системы в силу (3.1.2) будет равна

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t). \tag{3.1.3}$$

Принимая, что в соответствии с (2.2.13)

$$P_i(t) = e^{-\int_0^t \lambda_i(\tau)d\tau}, \tag{3.1.4}$$

получим

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\int_0^t \lambda_i(\tau)d\tau} = e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(\tau)d\tau}, \tag{3.1.5}$$

где $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i(\tau) = \Lambda(\tau)$ – интенсивность отказов системы.

То есть интенсивность отказов системы равна сумме интенсивностей отказов элементов. Тогда

$$P_c(t) = \exp\left\{-\int_0^t \Lambda(\tau)d\tau\right\}. \tag{3.1.6}$$

Если $\lambda_i(t) = \underset{t}{const} = \lambda_i$, т.е. поток отказов является стационарным, то

$$\int_0^t \lambda_i(\tau)d\tau = \lambda_i t \tag{3.1.7}$$

и соответственно

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}, t > 0,$$
$$P_c(t) = \exp\{-\Lambda t\},$$

где

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,\ P_c(t) = \exp\left\{-t\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right\} = e^{-\Lambda t}, \qquad (3.1.8)$$

т.е. время безотказной работы системы также имеет показательное распределение с параметром Λ. Тогда (см. 2.6.2)

$$m_{T_c} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m_i}}, \qquad (3.1.9)$$

где m_i – математическое ожидание времени безотказного функционирования i-го элемента.

Если элементы одинаковые $P_1(t) = P_2(t) = ... = P_i(t) = p(t)$, то

$$P_c(t) = [p(t)]^n,$$
$$\Lambda(t) = n\lambda,$$
$$m_{T_c} = T_{cp} = \frac{\tau_{cp}}{n},$$
$$\tau_{гр} = -\frac{\tau_{cp}}{n}\ln\alpha,$$

где λ – интенсивность отказов одного элемента в установившемся режиме;

τ_{cp} – среднее время наработки на отказ одного элемента (математическое ожидание);

a – заданный уровень вероятностной гарантии.

Анализ этих результатов показывает, что при последовательном соединении элементов в структуре:

1) надежность системы не может быть выше самого ненадежного элемента, т.е.

$$P_c(t) \le \min_i\{P_i(t)\}\,;\;\; i=\overline{1,n}\,; \qquad (3.1.10)$$

2) интенсивность отказов в системе в n раз больше интенсивности отказов одного элемента, а среднее время наработки на отказ системы в n раз меньше среднего времени наработки на отказ одного элемента.

Эти зависимости получены при серьёзных допущениях относительно условий функционирования элементов и их взаимодействий, поэтому применимость их ограничена ориентировочными расчётами надёжности системы на начальных этапах ее разработки − для оценки различных схемных вариантов структуры системы. При этом предполагается, что:

1) λ_i и n известны;

2) однотипные элементы равнонадёжны, т.е. $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$;

3) все элементы работают в номинальном режиме.

Так как на надёжность функционирования элементов системы оказывают существенное влияние условия эксплуатации, то берут крайние значения параметра λ : $\lambda_{\max}$ и $\lambda_{\min}$ и соответственно проводят расчеты для этих значений и тем самым устанавливаются границы для показателя надёжности системы (рис. 3.1.2).

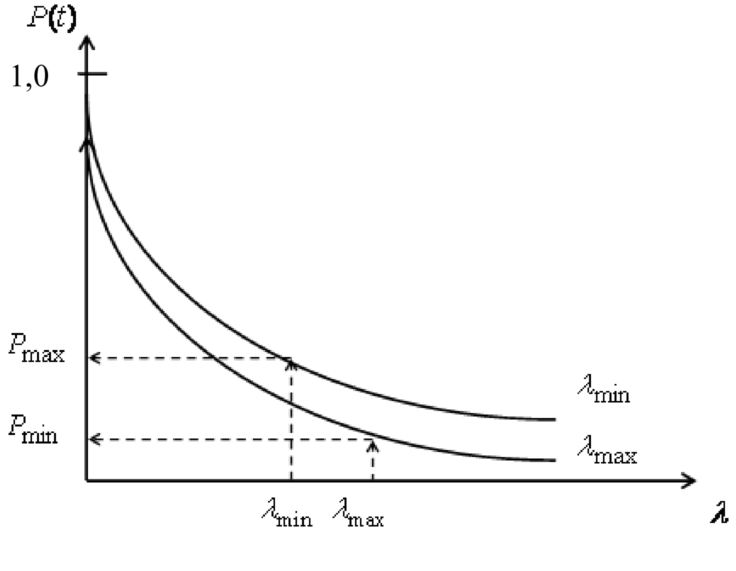


Рис. 3.1.2

Для учёта режимов работы элементов при расчётах показателя надёжности системы используется коэффициент нагрузки K_H. K_H – отношение рабочего значения нагрузки к её номинальному значению. Так, например, при тепловой нагрузке номинальная температура принимается равной 23 °С, при вибрационной нагрузке параметр $g = 9{,}82\, м/с^2$. При $K_H = 1$ интенсивность отказов $\lambda = \lambda_0$.

Функция $\lambda = \lambda(K_H)$ является монотонно возрастающей (рис. 3.1.3). Если действует несколько видов нагрузок, то

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + \sum_{i=1}^{S} h_i K_{H_i} \right],$$

где S – число учитываемых видов нагрузок; h_i – поправочный коэффициент i-й нагрузки.

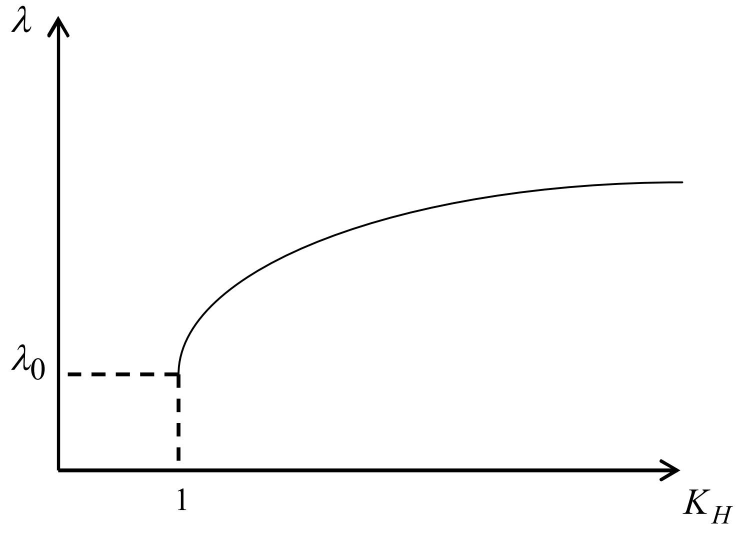


Рис. 3.1.3

Пример 3.1.1. Определить надёжность автомобиля при движении на заданное расстояние.

Построим «минимальную структуру» этой системы. Для успешного функционирования автомобиля (для его движения на заданное расстояние) необходимо, чтобы были работоспособны: система электропитания, система питания топливом и система смазки движущихся элементов, система охлаждения, двигатель, ходовая часть и система управления автомобилем. Система (автомобиль) сможет функционировать только при совместном функционировании всех этих подсистем, а отказ наступит при отказе хотя бы одной из них. Совокупность этих подсистем образует «последовательную структуру» системы, поэтому надёжность автомобиля оценим по показателю: вероятность безотказного функционирования для последовательных структур (3.1.3):

$$P_c = \prod_{i=1}^{n} P_i .$$

Если принять, что:

P_1 (система электропитания) $= 0,99$;

P_2 (система питания топливом) $= 0,999$;

P_3 (система смазки) $= 0,999$;

P_4 (система охлаждения) $= 0,998$;

P_5 (двигатель) $= 0,985$;

P_6 (ходовая часть) $= 0,997$;

P_7 (система управления) $= 0,998$;

$P_{\min} = P_5 = 0,985,$

то $P_c = \prod_{i=1}^{7} P_i = 0,966 < P_5$.

3.2. Показатели надежности систем с параллельной структурой

Рассмотрим такую структуру системы, где элементы соединены параллельно (рис. 3.2.1).

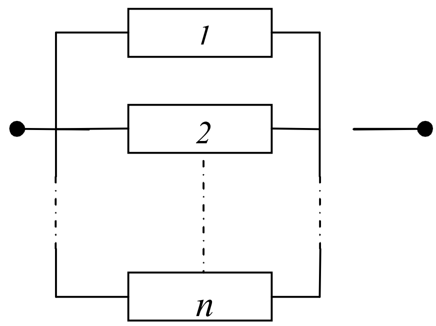


Рис. 3.2.1

Здесь предполагается, что система будет сохранять работоспособность, пока функционирует хотя бы один элемент.

В этом случае вероятность безотказного функционирования системы будет равна

$$P_c(t) = P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - P(A_i)), \qquad (3.2.1)$$

так как

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i ,$$

где A_i – событие, определяющее безотказное функционирование i-го элемента; $P(A_i)$ – вероятность безотказного функционирования i-го элемента.

А время безотказного функционирования системы с такой структурой будет равно

$$T_c = \max_i \{T_i\}, \ i = \overline{1,\ n} \qquad (3.2.2)$$

либо

$$T_c = T_{(n)}, \qquad (3.2.3)$$

где T_i – время функционирования i-го элемента; $T_{(n)}$ – n–я – порядковая статистика (наибольшая в упорядоченном (вариационном) ряду).

Тогда $F_T(t) = P(T_0 < t) = F_{T(n)}(t) = \prod_{i=1}^{n} F_{(i)}(t)$. (3.2.4)

Если все элементы однотипные и $P(A_1) = P(A_2) = \ \dots \ = P(A_n) = P(t)$, то

$$P_c(t) = 1 - (1 - P(t))^n. \qquad (3.2.5)$$

Следовательно, согласно (2.1.11)

$$\Lambda(t) = -\frac{\dfrac{dP_c(t)}{dt}}{P_c(t)} = \frac{n(1-P(t))^{n-1}}{1-(1-P(t))^n}\frac{dP(t)}{dt}.$$

Если время безотказного функционирования элементов подчиняется показательному распределению, то $P(t) = e^{-\lambda t}$, $t \geq 0$, $\lambda > 0$

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n, \qquad (3.2.6)$$

и

$$\frac{dP_c(t)}{dt} = n\lambda(1 - e^{-\lambda t})^{n-1}e^{-\lambda t}. \qquad (3.2.7)$$

Тогда

$$\Lambda(t) = \frac{\lambda n(1-e^{-\lambda t})^{n-1}}{1-(1-e^{-\lambda t})^n}e^{-\lambda t}. \qquad (3.2.8)$$

Определим среднее время наработки на отказ системы с параллельной структурой

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{+\infty} P_c(t)dt = \int_0^{+\infty} [1-(1-e^{-\lambda\tau})^n]d\tau. \qquad (3.2.9)$$

Произведя замену переменных: $x = 1 - e^{-\lambda t}$ и $dx = \lambda e^{-\lambda t} dt$, получим

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \frac{(1-x)^n}{1-x}dx = \frac{1}{\lambda}\int_0^1 (1 + x + x^2 + \ ... \ + x^{n-1})dx = \frac{1}{\lambda}(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ ... \ + \frac{1}{n}),$$

где $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ ... \ + \frac{1}{n})$ – сумма гармонического ряда. Обозначим его A_n.

Тогда

$$T_{\text{ср}} = \frac{A_n}{\lambda} = \tau_{\text{ср}} A_n . \tag{3.2.10}$$

Так как A_n>1, то среднее время наработки на отказ системы будет больше среднего времени наработки на отказ одного элемента $\tau_{ср}$, но с увеличением n это преимущество затухает (рис. 3.2.2).

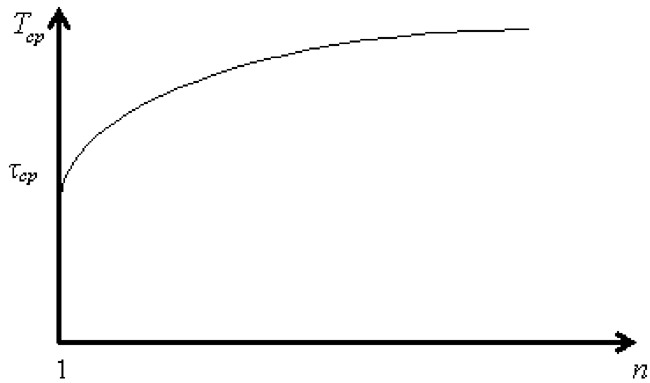


Рис. 3.2.2

Определим гарантийное время безотказного функционирования системы при заданном α

$$P_c(t_\alpha) = 1 - (1 - e^{-\lambda t_\alpha})^n = \alpha.$$

Преобразуем это выражение

$$(1-\alpha)^{\frac{1}{n}} = (1 - e^{-\lambda t_\alpha}),$$

откуда, логарифмируя, получим

$$\tau_{гр} = t_{\alpha} = -\frac{1}{\lambda}\ln[1-(1-\alpha)^{\frac{1}{n}}] = -\tau_{ср}\ln[1-(1-\alpha)^{\frac{1}{n}}]. \qquad (3.2.11)$$

И в заключение приведем принципиальные графики изменения вероятности безотказного функционирования системы – $P_c(t)$ для последовательной и параллельной структур в зависимости от n (рис. 3.2.3).

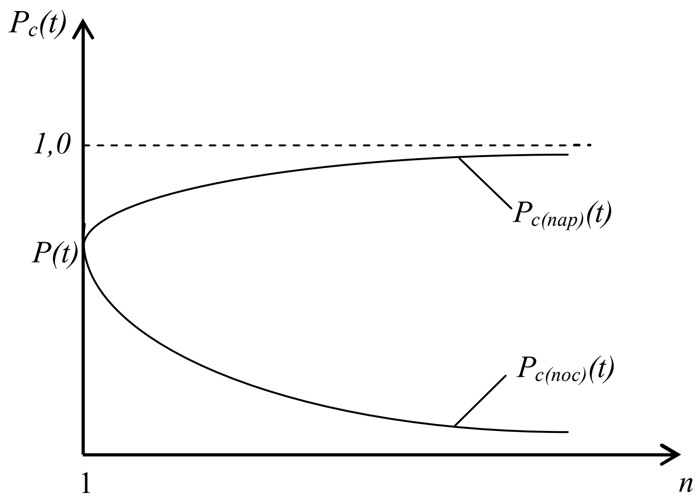


Рис. 3.2.3

3.3. Примеры расчета показателей надёжности систем простейших структур

Пример 3.3.1. Определить надёжность технической системы с элементарной структурой (рис. 3.3.1), где все элементы однотипные и характеризуются вероятностью безотказного функционирования – P.

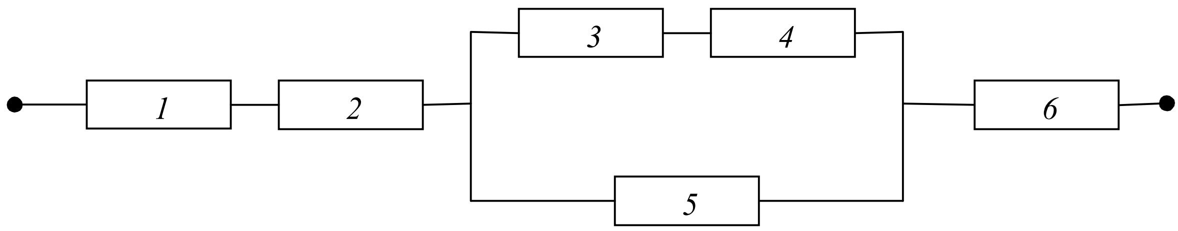


Рис. 3.3.1

Решение. Для определения показателя безотказного функционирования системы с такой структурой применяют метод последовательного свёртывания структуры.

Представим эту структуру (рис. 3.3.1) как простейшую, состоящую из 3 последовательных блоков (рис. 3.3.2).

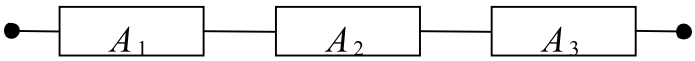


Рис. 3.3.2

Тогда согласно (3.1.3)

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{3} P(A_i) . \qquad (3.3.1)$$

Рассмотрим каждый блок структуры (рис. 3.3.2) последовательно.

Блок A_1 (рис. 3.3.3) состоит из 2 последовательно соединенных элементов.

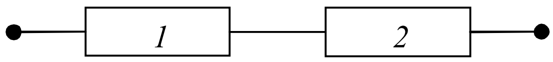


Рис. 3.3.3

Тогда

$$P(A_1) = P_1 P_2 = P^2 .$$

Блок A_2 представим как схему из 2 параллельных элементов $A_2 = A_{34} \cup 5$ (рис. 3.3.4).

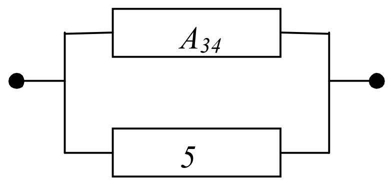


Рис. 3.3.4

Тогда

$$P(A_2) = 1 - \left[(1 - P(A_{34}))(1 - P_5)\right],$$

где

$$P(A_{34}) = p_3 p_4 = p^2,$$
$$P(A_2) = 1 - (1 - p^2)(1 - p).$$

Блок A_3 имеет следующий вид:

$$P(A_3) = p_6 = p.$$

Подставим значения $P(A_1)$, $P(A_2)$ и $P(A_3)$ в (3.3.1) и получим

$$P_c(t) = p^2\left[1 - (1 - p^2)(1 - p)\right]p = p^3\left[1 - (1 - p^2)(1 - p)\right] = p^4(1 + p + p^2).$$

Пример 3.3.2. Две аккумуляторные батареи работают на одну нагрузку (рис. 3.3.5). Интенсивность отказов каждой из батарей $\lambda = 10^{-5} 1/ч$. При отказе одной из них интенсивность отказов оставшейся работоспособной батареи возрастает вследствие повысившейся нагрузки и равна $\lambda_1 = 0{,}8 \times 10^{-4} 1/ч$. Найти вероятность безотказной работы системы в течение времени $t = 1000\, ч$.

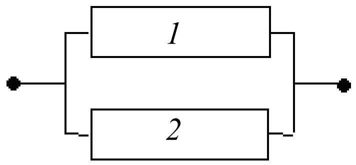


Рис. 3.3.5

Решение

Обозначим события:

C – безотказная работа системы в течение времени t;

A – в течение времени τ обе батареи работали безотказно;

B – одна из батарей в момент $\tau + d\tau$ отказа ($\tau < t$), а вторая работала до t.

Тогда $C = A + B$ и соответственно

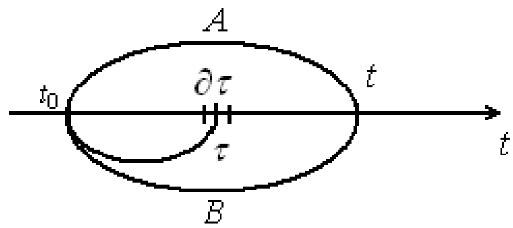


Рис. 3.3.6

$$P(C) = P(A + B).$$

События A и B несовместные, поэтому

$$P(C) = P(A) + P(B).$$

Найдем каждую из вероятностей. Принимаем, что $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $(\lambda = const)$, $t \geq 0$, $\lambda > 0$. Тогда согласно (3.1.3) и (1.7.1) $P(A) = e^{-\lambda t} e^{-\lambda t} = e^{-2\lambda t}$, $t \geq 0$, $\lambda > 0$ – вероятность того, что и первая, и вторая батареи в течение t не отказали;

$P(B)$ – найдем, используя формулу полной вероятности

$$P_B = \int_0^t C_2^1 f_1(\tau) P_2(\tau) P_2(t - \tau) d\tau, \qquad (3.3.2)$$

где C_2^1 – число сочетаний из 2 по 1; любая из 2 батарей может отказать первой: либо первая, либо вторая ($C_2^1 = 2$);

$f_1(\tau)$ – плотность распределения времени безотказного функционирования первой отказавшей в момент t батареи;

$f_1(\tau)\,d\tau$ – вероятность того, что одна из батарей в интервале $d\tau$ откажет;

$P_2(\tau)$ – вероятность безотказной работы второй батареи в течение времени τ (до отказа первой);

$P_2(t-\tau)$ – вероятность безотказной работы второй батареи после отказа первой от τ до t.

Определим эти вероятности

$$P_1(\tau \le T < \tau + d\tau) = f(\tau)d\tau = \lambda e^{-\lambda\tau}d\tau,$$
$$P_2(\tau) = P_2(T > \tau) = e^{-\lambda\tau},$$
$$P_2(t-\tau) = P_2(\tau \le T < t) = e^{-\lambda_1(t-\tau)},$$

здесь вторая батарея после отказа первой функционирует с большей нагрузкой.

Подставим эти значения в (3.3.2) и проведем преобразования

$$P_B = \int_0^t \lambda e^{-\lambda\tau} e^{-\lambda\tau} e^{-\lambda_1(t-\tau)} 2d\tau = 2\lambda \int_0^t e^{-2\lambda\tau - \lambda_1(t-\tau)} d\tau =$$
$$= 2\lambda e^{-\lambda_1 t} \int_0^t e^{-2\lambda\tau + \lambda_1\tau} d\lambda\tau = 2\lambda e^{-\lambda_1 t} \int_0^t e^{-(2\lambda - \lambda_1)\tau} d\tau = 2\lambda e^{-\lambda_1 t} \frac{1}{-2\lambda + \lambda_1} e^{-(2\lambda - \lambda_1)\tau}\Big|_0^t =$$
$$= \frac{2\lambda}{\lambda_1 - 2\lambda} e^{-\lambda_1 t}\left[e^{-(2\lambda - \lambda_1)t} - 1\right].$$

Подставим численные значения

$$P_B(t) = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{0{,}8 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-5}} e^{-0{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3}\left[e^{-(2 \cdot 10^{-5} - 0{,}8 \cdot 10^{-4})10^3} - 1\right] =$$

$$= \frac{0{,}1}{0{,}4 - 0{,}1} e^{-0{,}08}(e^{-(0{,}02 - 0{,}08)} - 1) = \frac{1}{3} e^{-0{,}08}(e^{0{,}06} - 1) =$$
$$= \frac{1}{3} 0{,}923(\frac{1}{0{,}942} - 1) = \frac{1}{3} 0{,}923(1{,}06 - 1) = 0{,}307 \cdot 0{,}06 = 0{,}018;$$

$$P_A(t) = e^{-2\ \cdot\ 10^{-5}\ \cdot\ 10^3} = e^{-0,02} = 0,98\,.$$

Окончательно

$$P(C) = 0,98 + 0,018 = 0,998.$$

Надежность такой системы по показателю вероятность безотказного функционирования в течение 1000 ч равна 0,998.

Пример 3.3.3. Система электроснабжения автомобиля состоит из генератора и аккумуляторной батареи. Без аккумуляторной батареи езда на автомобиле невозможна, так как нельзя запустить двигатель. При отказе генератора езда возможна в течение нескольких часов. Известно:

– интенсивность отказов генератора $\lambda_1 = 0,25 \cdot 10^{-2}\ \ 1/ч$;

– интенсивность отказов аккумуляторной батареи $\lambda_2 = 0,15 \cdot 10^{-2}\ \ 1/ч$ при параллельной работе с генератором, а при отказавшем генераторе – $\lambda_2' = 1,6 \cdot 10^{-2}\ \ 1/ч$.

Определить вероятность безотказной работы системы электроснабжения автомобиля при t = 2 *ч*.

Решение. Согласно условию задачи элементы электроснабжения автомобиля работают параллельно (рис. 3.3.7)

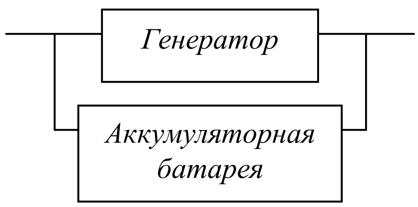


Рис. 3.3.7

Введем события:

A_1 – исправен генератор;

A_2 – исправна аккумуляторная батарея;

A_3 – отказ генератора ($\overline{A_1}$);

A_4 – отказ аккумуляторной батареи ($\overline{A_2}$);

В – работа системы электроснабжения автомобиля в течение 2 *ч*.

Если предположить, что в течение 2 ч состояние системы электроснабжения неизменно, то возможны следующие состояния (A_1A_2; $\overline{A}_1A_2$; $A_1\overline{A}_2$; $\overline{A}_1\overline{A}_2$).

В этом случае событие В будет равно

$$B = A_1A_2 + \overline{A}_1A_2,$$

а его вероятность

$$P(B) = P(T \geq 2) = P(A_1A_2) + P(\overline{A}_1A_2),$$

так как эти события не совместны по определению.

В свою очередь

$$P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1) = e^{-\lambda_1\tau}e^{-\lambda_2\tau},$$
$$P(\overline{A}_1A_2) = P(\overline{A}_1)P(A_2 / \overline{A}_1) = \left(1 - e^{-\lambda_1\tau}\right)e^{-\lambda_2'\tau}.$$

Тогда

$$P(B) = e^{-\lambda_1\tau - \lambda_2\tau} + (1 - e^{-\lambda_1\tau})e^{-\lambda_2'\tau}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$P(T \geq 2) = e^{-0,5 \cdot 10^{-2} - 0,3 \cdot 10^{-2}} + (1 - e^{-0,5 \cdot 10^{-2}})e^{-0,3 \cdot 10^{-2}} = 0,997.$$

Следовательно система электропитания автомобиля при заданных исходных данных обеспечит безотказную работу автомобиля в течение 2 *ч* с вероятностью 0,997.

3.4. Показатели надежности систем со сложной структурой

Рассмотрение систем с простейшей структурой позволило вывести зависимости для основных показателей надежности, а именно:

а) для последовательной структуры

$$P_c(t) = \mathop{\Pi}_{i=1}^{n} P_i(t), \tag{3.4.1}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента;

n – количество элементов в последовательной структуре;

б) для параллельной структуры

$$P_c(t) = 1 - \mathop{\Pi}_{i=1}^{n} \left(1 - P_i(t)\right). \tag{3.4.2}$$

Тогда для систем со смешанной структурой применяют метод последовательного свёртывания этой структуры (п. 3.3), приводя ее к одной из простейших, что позволяет применять последовательно одну из формул (3.4.1) либо (3.4.2).

Однако в последнее время создается все больше систем, в которых структура принципиально не сводится к простейшим. Прежде всего это информационные системы, транспортные и др. Для таких систем разработан и применяется иной подход.

Пусть система состоит из n элементов и ее работоспособность определяется некоторым набором работоспособных элементов. Введем переменную e_i, определяющую состояние элемента

$$e_i = \begin{cases} 1, \textit{если i-й элемент работоспособен}; \\ 0, \textit{если i-й элемент отказал}. \end{cases}$$

Тогда состояние системы можно описать выражением

$$e_j = \left\{e_1^j, e_2^j, ..., e_n^j\right\}, \tag{3.4.3}$$

где e_j – j-е состояние системы (j работоспособных элементов).

Вероятность пребывания системы в j-м состоянии будет равна

$$P\left(e_j\right) = p_1 p_2 ... p_i q_{i+1} ... q_n,\ j = \overline{0, n}, \tag{3.4.4}$$

где $p_i(q_i)$ – вероятность того, что i-й элемент работоспособен (отказал) соответственно.

Обозначим Е – множество всех возможных состояний системы. Тогда $E^+ \subset E$ – подмножество работоспособных состояний, а $E^- \subset E$ – подмножество состояний отказа системы. Следовательно, если $e_j \subset E^+$, то система находится в работоспособном состоянии, а если $e_j \subset E^-$, то система отказала. В соответствии с этим вероятность работоспособного состояния системы будет равна

$$P_c(t) = \sum_{e_j \subset E^+} P(e_j), \tag{3.4.5}$$

а вероятность отказа системы

$$R_c(t) = \sum_{e_j \subset E^-} P(e_j). \tag{3.4.6}$$

Если система работоспособна при m работоспособных элементах из n, то подмножество E^+ будет состоять из тех состояний, в которых количество работоспособных элементов не менее m. Так, если j – количество работоспособных элементов в системе, а A_j - работоспособное состояние элементов в системе, то вероятность j-го состояния системы можно определить комбинаторным методом, основой которого является формула Бернулли

$$P(e_j) = C_n^j p_1^j (1 - p_1)^{n-j}, \tag{3.4.7}$$

где C_n^j – число сочетаний из n по j

$$C_n^j = \frac{n!}{j!(n-j)!}, \tag{3.4.8}$$

p_1, q_1 – вероятность работоспособного состояния и отказа одного элемента соответственно.

Так система будет работоспособна при выполнении условия

$$P_c(t) = P(j \ge m) = \sum_{j=m}^{n} C_n^j p_1^j q_1^{n-j}. \qquad (3.4.9)$$

Формула (3.4.9) справедлива для систем с равнонадежными элементами. Такие системы характерны для электрических систем и систем связи, в технологических линиях.

В свою очередь вероятность отказа системы

$$R_c(t) = P(j < m) = 1 - P_c(t) = 1 - \sum_{j=m}^{n} C_n^j p_1^j (1-p_1)^{n-j} = \sum_{j=0}^{m-1} C_n^j p_1^j (1-p_1)^{n-j}. \qquad (3.4.10)$$

Тогда для системы (рис. 3.4.1), состоящей из 5 элементов, работоспособность которых сохраняется при работоспособных 2 элементах, получим (3.4.9)

$$\begin{gathered} P_c(t) = C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + p^5 = \\ = \frac{5!}{2!3!} p^2 (1 - 3p + 3p^2 - p^3) + \frac{5!}{3!2!} p^3 (1 - 2p + p^2) + \frac{5!}{4!1!} p^4 (1-p) + p^5 = \\ = 10p^2 - 30p^3 + 30p^4 - 10p^5 + 10p^3 - 20p^4 + 10p^5 + 5p^4 - 5p^5 + p^5 = \\ = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \end{gathered} \qquad (3.4.10^{\underline{a}})$$

Вероятность безотказного функционирования системы при небольшом количестве элементов может быть определена по формуле (3.4.5) с использованием таблиц состояний типа табл. 3.4.1.

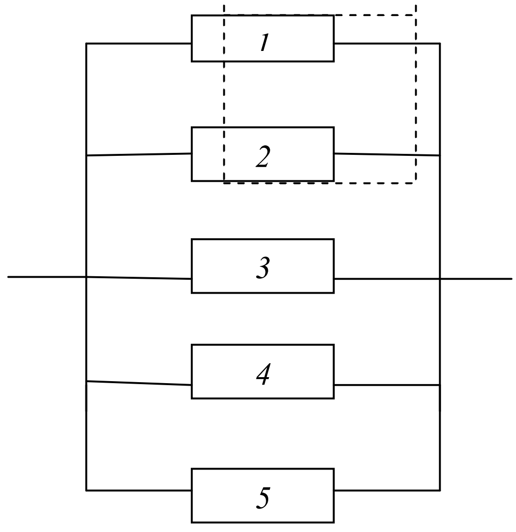


Рис. 3.4.1

Наряду с общим подходом, где все элементы равнонадежные, особое место в технике занимают так называемые «мостиковые схемы», которые представляют собой параллельное соединение последовательных цепочек элементов с диагональными элементами, включенными между узлами различных параллельных ветвей (элемент 3 на рис. 3.4.2, *а*)

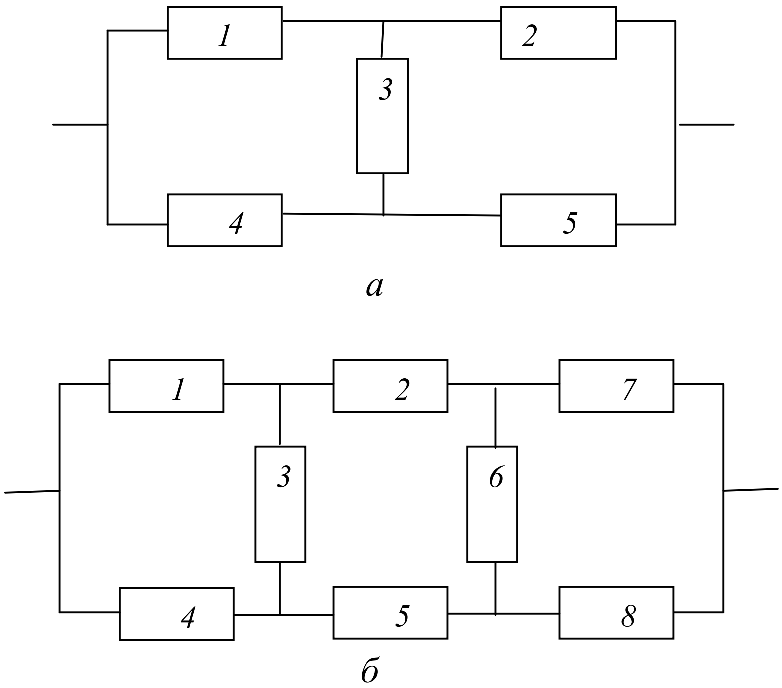


Рис. 3.4.2

и элементы 3 и 6 на рис. 3.4.2, *б*. Работоспособность такой системы определяется не только количеством работоспособных элементов, но и их положением в структуре системы. Показатель надежности системы с такой структурой также может быть определен методом прямого перебора по формуле (3.4.5), но только здесь работоспособное состояние системы будет определяться не количеством работоспособных элементов, а их сочетанием. Так, например, при отказе двух элементов (1) и (4) система не работоспособна, а при отказе трех элементов (1), (3), (2) система сохранит работоспособность. Однако метод прямого перебора слишком громоздкий и применим лишь при малом количестве элементов. Более широкое применение получили методы минимальных путей и минимальных сечений с использованием алгебры логики.

Минимальным путем называется такая совокупность работоспособных элементов, которая обеспечивает работоспособность системы вне зависимости от состояния ее остальных элементов. Причем из этой совокупности нельзя выделить меньшее количество элементов с таким же свойством. Минимальный путь в системе может быть один или их может быть несколько. Для мостиковой схемы (рис. 3.4.2, *а*) таких путей 4: (1, 2); (4, 5); (1, 3, 5) и (4, 3, 2). Согласно определению минимального пути все его элементы представляют последовательную структуру, и отказ пути наступает при отказе хотя бы одного элемента. А работоспособность системы будет сохраняться до отказа всех минимальных путей этой системы. Тогда структура системы с мостиковой схемой может быть представлена последовательно-параллельной структурой (рис. 3.4.3).

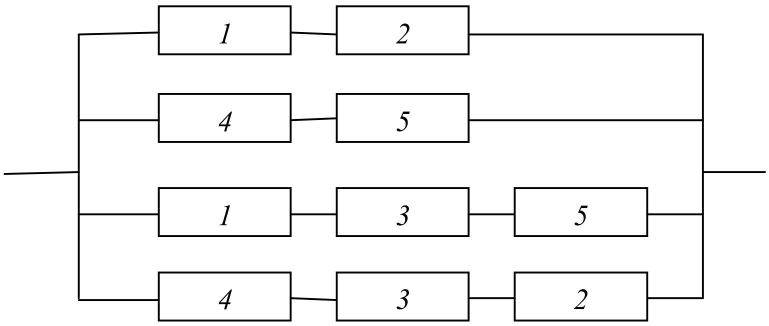


Рис. 3.4.3

Соответственно вероятность безотказного функционирования системы определяем как системы с параллельной структурой по формуле (3.4.2), а вероятность безотказного функционирования k-го пути – как последовательной структуры по формуле (3.4.1). Соответственно отказ системы наступит только при отказе всех путей, а отказ k-го пути – при отказе хотя бы одного элемента этого пути. Так, если $A_к$ – событие, состоящее в том, что исправны все элементы k-го пути, то

$$A_k = \bigcap_{i=1}^{m_k} A_{ki},$$

где A_{ki} – событие, состоящее в том, что *i*-й элемент *k*-го пути находится в исправном состоянии;

m_k – число элементов в *k*-м пути.

Здесь чаще всего принимают независимость функционирования элементов, т.е. события A_{ki} – независимые, и тогда

$$P(A_k) = \prod_{i=1}^{m_k} P(A_{ki}).$$

Вероятность безотказного функционирования системы будет равна

$$P(t) = P\left(\sum_{k=1}^{m} A_k\right); \qquad (3.4.11)$$

или в соответствии с (3.4.2)

$$P^+(t) = 1 - \prod_{k=1}^{m} (1 - P(A_k)), \qquad (3.4.12)$$

а вероятность отказа

$$R(t) = \prod_{k=1}^{m} R_k(t), \qquad (3.4.13)$$

где *m* – число путей в структуре системы,

$R_k(t) = 1 - \prod_{i}^{m_k} P(A_{ki})$ – вероятность отказа *k*-го пути.

Однако следует учитывать, что один и тот же элемент может входить в различные пути, и тогда отказ такого элемента будет приводить к отказу сразу нескольких путей, что резко (не пропорционально) снижает надежность системы.

Так в схеме, приведенной на рис. 3.4.3, отказ каждого элемента приводит к отказу сразу двух минимальных путей. Поэтому выражение (3.4.12) может служить лишь верхней границей надежности системы, что обозначим $P_c^+(t)$.

Наряду с понятием min пути вводят понятие **min сечения**: группа элементов называется сечением, если при отказе всех элементов этой группы отказывает система вне зависимости от состояния других элементов.

Здесь также накладывается условие минимальности, т.е. никакая подгруппа этих элементов не обладает введенным свойством. Для мостиковой схемы (рис. 3.4.2 *а*) минимальными сечениями будут: (1–4); (2–5); (1–3–5); (2–3–4).

При исследовании надежности системы по минимальным сечениям структуру системы можно представить как последовательное соединение min сечений (рис. 3.4.4), так как отказ системы наступает при отказе хотя бы одного минимального сечения, и в соответствии с (3.4.2)

$$R_c(t) = 1 - \prod_{k=1}^{s} P(A_k), \tag{3.4.15}$$

где s – число минимальных сечений;

$P\ (A_к)$ – вероятность безотказного функционирования k-го сечения, $k = 1, 2, ..., 5.$

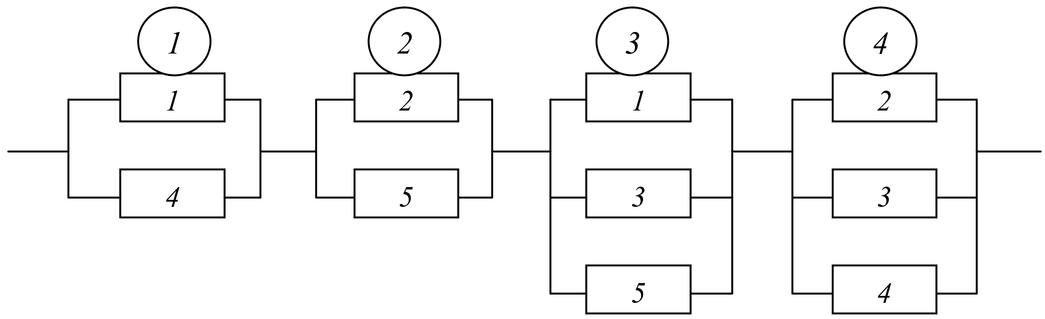


Рис. 3.4.4

Либо система работоспособна, если работоспособны все минимальные сечения, а в сечении элементы соединены параллельно

$$P_c^-(t) = \prod_{k=1}^{s} P(A_k), \tag{3.4.16}$$

$$P(A_k) = 1 - \prod_{i=1}^{l_k} (1 - P(A_{ki})),$$

где l_k – число элементов в k-м сечении; $P(A_{ki})$ – вероятность безотказного функционирования i-го элемента в k-м сечении.

В (3.4.16) входят все возможные min сечения, в которых могут быть одни и те же элементы, и при отказе одного элемента будет «срабатывать» несколько min сечений, т.е. это выражение является нижней границей надежности системы. Тогда $P_c^+(t)$ и $P_c^-(t)$ определяют пределы возможного значения вероятности безотказного функционирования системы

$$\prod_{k=1}^{s}\left[1-\prod_{i=1}^{l_k}(1-P(A_{ki})),\right] \le P_c(t) \le 1-\prod_{k=1}^{m}\left[1-\prod_{i=1}^{mk}P(A_{ki})\right]. \qquad (3.4.17)$$

Иногда в практических исследованиях требуется точное определение надежности системы, но даже точный расчет не гарантирует определения истинного значения надежности, так как мы имеем дело с вероятностными показателями. Поэтому ограничиваются приближенными (оценочными) расчетами, в частности достаточно убедиться, что надежность не ниже некоторого (требуемого) уровня

$$P(t) \ge P_{TP}. \qquad (3.4.18)$$

В этом случае поступают так: определим надежность всех путей и упорядочим их по убыванию значений показателя надежности

$$P(A_{(1)}) \ge P(A_{(2)}) \ge .... \ge P(A_{(m)}). \qquad (3.4.19)$$

Из (3.4.11) следует, что

$$P(A_{(1)}) \le P(A_{(1)} \cup A_{(2)}) \le .... \le P(\bigcup_{k=1}^{m} A_k) = P(t).$$

Тогда последовательно вычисляем

$$P(A_{(1)}); P(A_{(1)} \cup A_{(2)});\ \ldots \qquad (3.4.20)$$

и сравниваем очередной результат с $P_{тр}$. Как только условие (3.4.18) выполнится, можно считать, что надежность системы приемлема, т.е. не ниже требуемой.

Пример 3.4.1. Рассмотрим систему с мостиковой структурой (рис. 3.4.2, *а*). Все элементы равнонадежны, и $P_i = 0,7$.

Определяем вероятность работоспособного состояния системы прямым перебором состояний

$$P_c = \sum_{i=1}^{k} P(A_i),$$

где $P(A_i)$ – вероятность *i*-го работоспособного состояния системы;

k – количество работоспособных состояний.

Составим таблицу всех возможных состояний системы (см. табл. 3.4.1).

Таблица 3.4.1

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th colspan="5">Состояние элементов</th><th rowspan="2">Состояние системы</th><th colspan="2">Вероятность состояния</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>в общем случае</th><th>при равнонадежных элементах</th></tr>
<tr><td>*1*</td><td>*2*</td><td>*3*</td><td>*4*</td><td>*5*</td><td>*6*</td><td>*7*</td><td>*8*</td><td>*9*</td></tr>
<tr><td>1</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_1p_2p_3p_4p_5$</td><td>p^5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>$p_1p_2p_3p_4q_5$</td><td>$p^4q = p^4(1-p)$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_1p_2p_3q_4p_5$</td><td rowspan="3">$p^4q = p^4(1-p)$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_1p_2q_3p_4p_5$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_1q_2p_3p_4p_5$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>$q_1p_2p_3p_4p_5$</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>$p_1p_2p_3q_4q_5$</td><td rowspan="5">$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>$p_1p_2q_3p_4q_5$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>$p_1q_2p_3p_4q_5$</td></tr>
<tr><td>10</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>$q_1p_2p_3p_4q_5$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_1p_2q_3q_4p_5$</td></tr>
</table>

12	+	–	+	–	+	+	$p_1q_2p_3q_4p_5$	
13	–	+	+	–	+	+	$q_1p_2p_3q_4p_5$	
14	+	–	–	+	+	+	$p_1q_2q_3p_4p_5$	
15	–	+	–	+	+	+	$q_1p_2q_3p_4p_5$	
16	–	–	+	+	+	–	$q_1q_2p_3p_4p_5$	
17	+	+	–	–	–	–	$p_1p_2q_3q_4q_5$	
18	+	–	+	–	–	–	$p_1q_2p_3q_4q_5$	
19	–	+	+	–	–	–	$q_1p_2p_3q_4q_5$	
20	+	–	–	–	+	–	$p_1q_2q_3q_4p_5$	
21	–	+	–	–	+	+	$q_1p_2q_3q_4p_5$	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
22	–	–	–	+	+	–	$q_1q_2q_3p_4p_5$	
23	+	–	–	+	–	+	$p_1q_2q_3p_4p_5$	
24	–	+	–	+	–	–	$q_1p_2q_3p_4q_5$	
25	–	–	+	–	+	–	$q_1q_2p_3q_4p_5$	
26	–	–	+	+	–	–	$q_1q_2p_3p_4q_5$	
27	+	–	–	–	–	–	$p_1q_2q_3q_4q_5$	
28	–	+	–	–	–	–	$q_1p_2q_3q_4q_5$	$pq^4 = p(1-p)^4$
29	–	–	+	–	–	–	$q_1q_2p_3q_4q_5$	

Окончание табл. 3.4.1

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
30	–	–	–	+	–	–	$q_1q_2q_3p_4q_5$	
31	–	–	–	–	+	–	$q_1q_2q_3q_4p_5$	
32	–	–	–	–	–	–	$q_1q_2q_3q_4q_5$	$q^5 = (1-p)^5$

Для расчета надежности мостиковых систем воспользуемся методом прямого перебора, как это было сделано для систем «*m* из *n*» (3.4.10[а]), но при анализе работоспособности каждого состояния системы необходимо учитывать не только число отказавших элементов, но и их положение в схеме (табл. 3.4.1). Вероятность безотказной работы системы определяется как сумма вероятностей всех работоспособных состояний (3.4.5)

$$P = p_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2p_3q_4p_5 + p_1p_2q_3p_4p_5 + p_1q_2p_3p_4p_5 +$$
$$+q_1p_2p_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 + p_1q_2p_3p_4q_5 + q_1p_2p_3p_4q_5 + p_1p_2q_3q_4p_5 + p_1q_2p_3q_4p_5 +$$

$$+q_1p_2p_3q_4p_5+p_1q_2q_3p_4q_5+q_1p_2q_3p_4p_5+q_1q_2q_3p_4p_5+p_1q_2q_3p_4q_5. \qquad (3.4.21)$$

В случае равнонадёжных элементов

$$P=p^5+5p^4q+8p^3q^2+2p^2q^3=2p^5-5p^4+2p^3+2p^2. \qquad (3.4.22)$$

Как видим, полученный результат существенно отличается от (3.4.10[a]). Например, при p = 0,9 P (2 из 5) = 0,99954, а $P_м$ = 0,97848.

Метод прямого перебора эффективен только при малом количестве элементов n, о чем говорилось в начале 3.4, поскольку число состояний системы составляет 2^n. Например, для схемы на рис. 3.4.2, *б*) их количество составит уже 256. Некоторое упрощение достигается, если в таблицу состояний включать только сочетания, отвечающие работоспособному (или только неработоспособному) состоянию системы в целом. Для анализа надежности ТС, структурные схемы которых не сводятся к параллельному или последовательному типу, можно воспользоваться также методом логических схем с применением алгебры логики (булевой алгебры). Применение этого метода сводится к составлению для ТС формул алгебры логики, которые определяют условие работоспособности системы. При этом для каждого элемента и системы в целом рассматриваются два противоположных события – отказ и сохранение работоспособности.

3.5. Расчет надежности ТС с мостиковой схемой

1. Как было получено ранее (3.4.22), вероятность безотказной работы системы равна

$$P_c=2p^5-5p^4+2p^3+2p^2.$$

При условии, что надежность элементов одинакова и равна 0,7

$$P_c = 0{,}802\,.$$

2. Верхнюю границу определим методом минимального пути.

Для этого построим новую последовательно-параллельную структуру системы (рис. 3.5.1)

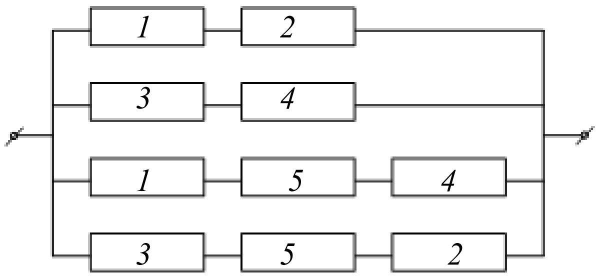


Рис. 3.5.1

$$P_c^{м.п} = \sum_{j=1}^{k} P_j\,,$$

где k – количество минимальных путей.

Тогда: $P_1 = p_1 p_2$; $P_2 = p_3 p_4$; $P_3 = p_1 p_5 p_4$; $P_3 = p_3 p_5 p_2$.

$$P_c^{м.п} = p_1 p_2 + p_3 p_4 + p_1 p_5 p_4 + p_3 p_5 p_2.$$

Или

$$P_c^{м.п} = 1 - \prod_{j=1}^{k}\left(1 - \prod_{i=1}^{m_j} P_{ij}\right) = 0{,}89\,,$$

где m_j – количество элементов на j-м пути.

3. Вычисление нижней границы проведем методом минимального сечения. Строим новую структуру в виде последовательного соединения минимальных сечений (рис. 3.5.2)

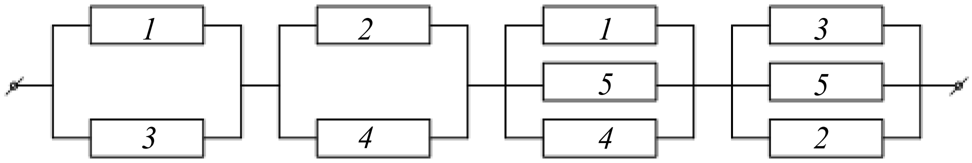


Рис. 3.5.2

$$P_c^{м.с} = \prod_{j=1}^{k} \left(1 - \prod_{i=1}^{m_j} \left(1 - P_{ij} \right) \right) = 0,78,$$

где m_j – количество элементов в j-м сечении.

$$P_c^{м.с} \le P_c \le P_c^{м.п};$$
$$0,78 \le 0,802 \le 0,89.$$

3.6. Показатели параметрической надежности систем

Рассмотрим сложную техническую систему, качество функционирования которой характеризуется вектором параметров

$$X(t) = \left(X_1(t), X_2(t), ..., X_i(t), ..., X_k(t) \right), \qquad (3.6.1)$$

зависящих от t, а выходной результат функционирования $Y(t)$ зависит от значения этих параметров и принципиальный вид его показан на рис. 3.6.1.

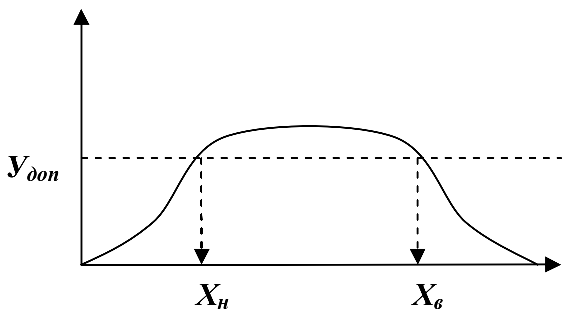


Рис. 3.6.1

К выходному параметру системы обычно задают требования, например, как минимально допустимый уровень – ***У****доп*. Тогда снижение результата функционирования системы ниже этого уровня можно трактовать как отказ. Исходя из этого условия соответственно устанавливаются границы предела изменения параметра системы [$X_н$ и $X_в$], и уже отказ можно определять по значению параметра $X(t)$. В общем случае эти границы устанавливаются для всех параметров, т.е.

$$X_н(t) = \left(X_н^1(t), X_н^2(t), ..., X_н^k(t)\right) – \text{нижняя граница;}$$

$$X_в(t) = \left(X_в^1(t), X_в^2(t), ..., X_в^k(t)\right) – \text{верхняя граница.}$$

Тогда выход любого параметра за эти пределы $X_{нi}(t)$ или $X_{вi}(t)$ рассматривается как потеря системой работоспособности, т. е. отказ. При таком определении отказа есть возможность контролировать и прогнозировать изменение параметров $X(t)$, а соответственно и наступление отказа. Это параметрическая безотказность, которая также характеризуется вероятностью безотказной работы системы в течение времени t

$$P(t) = P(T > t) = P[X_н(t) < X(t) < X_в(t)]. \qquad (3.6.2)$$

Процесс функционирования подвержен воздействию случайных факторов: условий и режимов эксплуатации; следствием чего является то, что компоненты вектора $X(t)$— случайные функции. Чаще всего и $X_н(t)$, и $X_в(t)$ тоже случайные функции. Элементы вектора $X(t)$ зависимы или, по крайней мере, коррелированны, так как характеризуют работу одной системы. Конкретная реализация вектора $X(t)$ имеет следующий вид:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_k(t)).$$

Определение вероятности $P(t)$ (3.6.2) будет заключаться в отыскании вероятности того, что за время t ни одна из реализаций $x_i(t), i=\overline{1,k}$ не выйдет за соответствующие реализации $x_{нi}(t)$ и $x_{вi}(t)$. Это предполагает наличие соответствующих многомерных законов распределения функций $X_i(t)$, $X_{нi}(t)$ и $X_{вi}(t)$ в каждый момент времени t.

В такой постановке данная задача практически, как известно, не решается. Поэтому идут по пути принятия упрощающих допущений.

1. Примем, что $X_н(t)$ и $X_в(t)$ – неслучайны, тогда они детерминировано определяют область $A(t)$ работоспособных состояний системы для всех t, т.е.

$$P(t)=\int\limits_{A(t)}\!\!\ldots\!\int f(x_1,x_2,\ldots,x_k,t)dx_1dx_2\ \ldots\ dx_k, \tag{3.6.3}$$

где $f(x_1,x_2,\ldots,x_k,t)$ — плотность распределения вектора $X(t)$.

Однако и в этом случае, если k — велико, то задача остается исключительно сложной.

3. Рассмотрим случай, когда $k=1$. Тогда $X(t)$ не вектор-функция, а случайная функция, соответственно и $X_н(t)$, и $X_в(t)$ не векторы функций, а просто функции времени. На рис. 3.6.2 показана такая ситуация, где $m_x(t)$ — математическое ожидание случайной функции $X(t)$, $t_{отк}$ — момент времени, когда реализация случайной функции $x(t)\in X(t)$ вышла за пределы работоспособного состояния, т.е. наступил отказ.

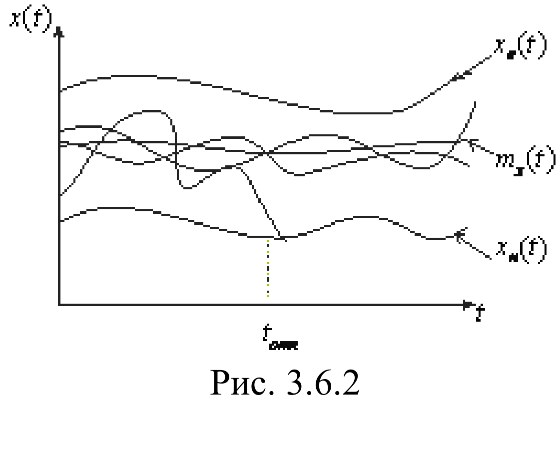


Рис. 3.6.2

Эта задача уже может быть решена.

Следует подчеркнуть, что отказ системы может наступить либо при $\{X(t) < x_н(t)\}$, либо при $\{X(t) > x_в(t)\}$. Обозначим $\{X(t) < x_н(t)\} = A^-$ и назовем его отрицательный выброс; $\{X(t) > x_в(t)\} = A^+$ – положительный выброс и A – отказ системы. Тогда

$$A = A^- + A^+. \tag{3.6.4}$$

События A^- и A^+ несовместны, следовательно,

$$Q(A) = Q(A^-) + Q(A^+), \tag{3.6.5}$$

где $Q(A^-) = Q_н(t) = P(X(t) < x_н(t))$; (3.6.6)

$Q(A^+) = Q_в(t) = P(X(t) > x_в(t))$ (3.6.7)

$Q(A)$ – вероятность отказа системы.

Рассмотрим определение этих вероятностей: предположим, что в момент времени t: $(X(t) < x_в)$, а в момент $(t+dt):(X(t+dt) > x_в)$, т. е. произошел положительный выброс (Рис. 3.6.3). Кроме того, полагаем, что $X(t)$ — дифференцируемая случайная функция, тогда $\frac{dX(t)}{dt} = V(t)$ — случайная функция, характеризующая скорость изменения случайной функции $X(t)$.

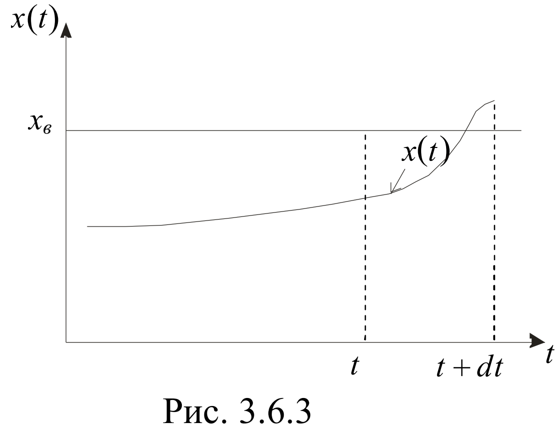


Рис. 3.6.3

Условие положительного выброса $X(t)$ за $x_в$ на интервале dt можно записать следующим образом:

$$A^{+} = \{X(t) < x_{в} \text{ и } X(t) + V(t)dt > x_{в}\}, \tag{3.6.8}$$

или
$$A^{+} = [x_{в} - V(t)dt] < X(t) < x_{в}; V(t) > 0. \tag{3.6.9}$$

Вероятность выполнения этого условия будет элементарной

$$dQ_{в}(t) = P\left(x_{в} - V(t)dt < X(t) < x_{в}\right). \tag{3.6.10}$$

Для вычисления этой вероятности необходим закон совместного распределения случайных процессов $X(t)$ и $V(t)$, т.е. $f\left(x,v/t\right)$ в каждый момент времени t. Зная эту плотность, можно записать

$$dQ_{в}(t) = \int_{0}^{+\infty} \int_{x_{в}-vdt}^{x_{в}} f\left(x,v/t\right) dxdv. \tag{3.6.11}$$

Так как внутренний интеграл необходимо взять на бесконечно малом интервале vdt, то можно воспользоваться теоремой о среднем значении, т.е.

$$\int_{x_{в}-vdt}^{x_{в}} f\left(x,v/t\right) dx = (x_{в} - x_{в} + vdt) f\left(x_{в},v/t\right) = vdtf\left(x_{в},v/t\right). \tag{3.6.12}$$

Подставляя (3.6.12) в (3.6.11), получим

$$dQ_{в}(t) = dt \int_{0}^{+\infty} f\left(x_{в},v/t\right) v dv,$$

т.е. вероятность выброса случайной функции на интервале dt пропорциональна величине этого интервала или

$$\frac{dQ_{в}(t)}{dt} = \int_{0}^{+\infty} f\left(x_{в},v/t\right) v dv. \tag{3.6.13}$$

Условия отрицательного выброса будут

$$\{X(t) > X_{н} \text{ и } X(t+dt) < X_{н}\}. \tag{3.6.14}$$

Проводя аналогичные выкладки, получим

$$\frac{dQ_н(t)}{dt} = \int_0^{+\infty} f\left(x_н, \frac{v}{t}\right) v dv. \qquad (3.6.15)$$

А вероятность выброса случайной функции $X(t)$ в единицу времени за верхний или нижний предел будет соответственно равна

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dQ_в(t)}{dt} + \frac{dQ_н(t)}{dt}. \qquad (3.6.16)$$

Тогда вероятность выброса случайной функции на интервале $(0,t)$ будет равна

$$Q(t) = \int_0^t \left(\int_0^{+\infty} \left[f\left(x_в, \frac{v}{t}\right) + f\left(x_н, \frac{v}{t}\right) \right] v dv \right) dt, \qquad (3.6.17)$$

а

$$P(t) = 1 - Q(t). \qquad (3.6.18)$$

Это общее решение поставленной задачи при принятых допущениях. Причем на практике при конкретных исследованиях можно в качестве $X(t)$ принять некоторый обобщенный показатель, например, показатель итогового результата функционирования — количество производимого электричества в единицу времени; пропуск грузов на грузопроводе и т.п. И тогда введенное предположение о $k = 1$ не будет таким уж строгим. А первое допущение определяется величиной $\sigma_{x_{в(н)}}(t)$.

Рассмотрим ***частное решение*** этой задачи при конкретных законах распределения.

1. Если безотказное функционирование системы высоко, то ***поток выбросов*** (поток редких событий) можно принять ***пуассоновским***. Следовательно, число выбросов – отказов на

некотором интервале времени $(0,t)$, будет случайной величиной, подчиняющейся распределению Пуассона

$$P(m,t) = \frac{(a(t))^m}{m!} e^{-a(t)}, \tag{3.6.19}$$

где $a(t)$ – математическое ожидание числа выбросов за время $(0,t)$;

m – количество выбросов за время $(0,t)$.

При $m=0$, т.е. на некотором временном интервале $[0,t]$, не произойдёт ни одного отказа, получаем вероятность безотказного функционирования системы за время t

$$P(t) = e^{-a(t)}. \tag{3.6.20}$$

Как отмечалось ранее (2.2.3), математическое ожидание можно определить по формуле

$$a(t) = \int_0^t \frac{dQ(\tau)}{d\tau} d\tau = \int_0^t \int_0^{+\infty} f\left(x, \nu/\tau\right) \nu d\nu d\tau. \tag{3.6.21}$$

Откуда получаем

$$P_{в0}(t) = \exp\left[-\int_0^t \int_0^{+\infty} f\left(x_в, \nu/\tau\right) \nu d\nu d\tau\right]. \tag{3.6.22}$$

Аналогично

$$P_{н0}(t) = \exp\left[-\int_0^t \int_0^{+\infty} f\left(x_н, \nu/\tau\right) \nu d\nu d\tau\right]. \tag{3.6.23}$$

Соответственно вероятность безотказного функционирования системы будет равна вероятности того, что за время $(0,t)$ не произойдет ни одного ни положительного, ни отрицательного выбросов. С учетом их независимости

$$P(t)=P_{в0}(t)P_{н0}(t)=\exp\left(-\int_0^t\left(\int_0^{+\infty}\left[f\left(x_в,{}^{\nu}\!/_{t}\right)+f\left(x_н,{}^{\nu}\!/_{t}\right)\right]\nu d\nu\right)dt\right). \quad (3.6.24)$$

2. Еще для практики важно, когда процесс $X(t)$ ***стационарный***. Если $X(t)$ ***стационарный случайный процесс,*** то

$$\left.\begin{aligned} K_x(t_1,t_2)&=K_x(\tau),\\ m_x(t)&=m_x=\underset{t}{const},\\ D_x(t)&=D_x=\underset{t}{const}.\end{aligned}\right\} \quad (3.6.25)$$

Для стационарных дифференциальных процессов характерны корреляционные функции вида

$$K_x(\tau)=\sigma_x^2e^{-\alpha^2\tau^2};$$
$$K_x(\tau)=\sigma_x^2e^{-\alpha^2\tau^2}\cos\beta\tau;$$
$$K_x(\tau)=\sigma_x^2e^{-\alpha|\tau|}(\cos\beta\tau+\frac{\alpha}{\beta}\sin\beta\,|\,\tau\,|);$$
$$K_x(\tau)=\sigma_x^2e^{-\alpha|\tau|}(1+\alpha\,|\,\tau\,|),$$

где α и β — постоянные параметры.

Если условие стационарности (3.6.25) для $X(t)$ не выполняется, тогда переходят к $Y(t)=X(t)-m_x(t)$, для которого $m_y(t)=0$.

Для ***стационарного (в узком смысле) случайного процесса*** плотности распределения $f(x,t)$ и $f(x,\nu,t)$ не зависят от времени, т.е. имеют вид $f(x)$ и $f(x,\nu)$. Тогда

$$P_{в0}(t)=\exp\left[-t\int_0^{+\infty}f(x_в,\nu)\nu d\nu\right], \quad (3.6.26)$$

$$P_{н0}(t) = \exp\left[-t \int_0^{+\infty} f(x_н, v) v dv \right], \qquad (3.6.27)$$

а

$$P(t) = \exp\left[-t \int_0^{+\infty} \left(f(x_в, v) + f(x_н, v) \right) v dv \right]. \qquad (3.6.28)$$

3. Наиболее распространенной в практике является ситуация, когда $X(t)$ – ***стационарный процесс с нормальным распределением и*** $K_{xv} = 0$, тогда двумерная плотность равна $f(x,v) = f(x) f(v)$, так как для нормального распределения условие $K_{xv} = 0$ является условием независимости. Следовательно

$$f(x,v) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v - m_v)^2}{2\sigma_v^2}}. \qquad (3.6.29)$$

В силу стационарности случайного процесса $X(t)$

$$m_x(t) = m_x = \underset{t}{const},$$

а

$$m_v = 0.$$

Тогда

$$P_{в0}(t) = \exp\left[-t \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_в - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} v dv \right] =$$

$$= \exp\left[-\frac{t}{2\pi} e^{-\frac{(x_в - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sigma_x \sigma_v} \int_0^{+\infty} v e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} dv \right] = \qquad (3.6.30)$$

$$= \exp\left[-\frac{t}{2\pi} e^{-\frac{(x_в - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{\sigma_v}{\sigma_x} \right].$$

Для стационарного случайного процесса $X(t)$ существует вторая производная от корреляционной функции

$$\frac{d^2K_x(\tau)}{d\tau^2},$$

$$V = X'(t)\text{, тогда } \sigma_v^2 = -\frac{d^2K_x(0)}{d\tau^2} = -\ddot{K}_x(0)\text{, а } \sigma_x^2 = K_x(0).$$

Следовательно,

$$P_{в0}(t) = \exp\left[-\frac{t}{2\pi} e^{-\frac{(x_в - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \sqrt{-\frac{\ddot{K}_x(0)}{K_x(0)}}\right]; \tag{3.6.31}$$

$$P_{н0}(t) = \exp\left[-\frac{t}{2\pi} e^{-\frac{(x_н - m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \sqrt{-\frac{\ddot{K}_x(0)}{K_x(0)}}\right]. \tag{3.6.32}$$

4. Весьма важным для практики частным случаем является ***условие «опасного» или расчетного сечения*** – $t_{расч}$ (рис. 3.6.4). Это сечение — положение во времени, когда система испытывает гораздо большие нагрузки нежели в другие моменты времени, т.е. пределы $x_в(t_p)$ и $x_н(t_p)$ в момент t_p сходятся ближе всего друг к другу. Это обусловливает и повышение вероятности параметрического отказа системы в этом сечении. Соответствующая $P_П(t_p)$ будет нижней оценкой параметрической надежности.

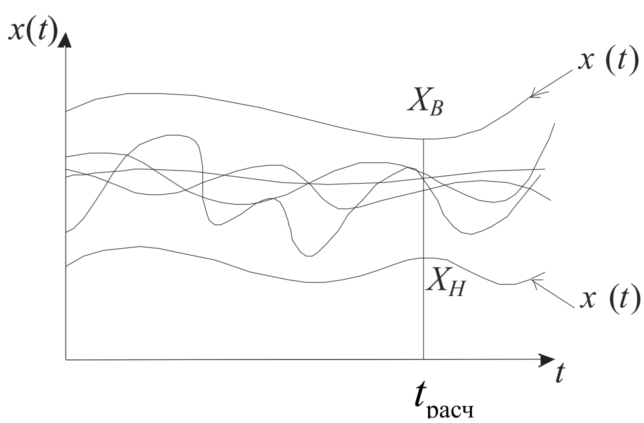


Рис. 3.6.4

В этом случае вероятность безотказного функционирования равна

$$P_П\left(t_p\right) = P\left(x_н\left(t_p\right) \le X\left(t_p\right) \le x_в\left(t_p\right)\right), \tag{3.6.33}$$

т.е. здесь задача свелась к определению вероятности попадания случайной величины $X(t_p)$ на интервал $\left(x_н\left(t_p\right), x_в\left(t_p\right)\right)$. В дальнейшем здесь будет два решения:

1. $X_н\left(t_p\right)$ и $X_в\left(t_p\right)$ – случайные величины.
2. $X_н\left(t_p\right)$ и $X_в\left(t_p\right)$ – неслучайные величины $x_н\left(t_p\right), x_в\left(t_p\right)$.

В первом случае необходимо знать законы распределения случайных величин $X\left(t_p\right)$, $X_в\left(t_p\right)$ и $X_н\left(t_p\right)$, во втором – только $X\left(t_p\right)$.

1. Если $X\left(t_p\right)$, $X_н\left(t_p\right)$ и $X_в\left(t_p\right)$ – случайные величины, то введем новые переменные

$$\begin{gathered} Y_н = X - X_н, \\ Y_в = X_в - X,\ X = X(t_p),\, X_н = X_н\left(t_p\right), X_в = X_в\left(t_p\right). \end{gathered} \tag{3.6.34}$$

Тогда

$P_П(t_p) = P\left((Y_н > 0) \cap (Y_в > 0)\right)$ – вероятность наступления этих двух событий

$$P_П = \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} f(y_н, y_в)\, dy_н dy_в. \tag{3.6.35}$$

Эти события зависимы, так как они содержат одну и ту же случайную величину X, поэтому необходимо знать ***совместную плотность распределения*** $f(y_н, y_в)$.

Ограничения могут быть односторонние, тогда

$$P_П = P(Y_н > 0) = \int_0^{+\infty} f(y_н) dy_н$$

либо (3.6.36)

$$P_П = P(Y_в > 0) = \int_0^{+\infty} f(y_в) dy_в .$$

Плотности $f(y_н)$, $f(y_в)$ и $f(y_н, y_в)$ могут быть определены, если известны законы распределения исходных переменных X, $X_н$ и $X_в$: $f(x)$, $f(y_н)$, $f(y_в)$.

Так для $Y_н = X - X_н$, $X_н = X - Y_н$

$$P(Y_н < y_н) = P(X - X_н < y_н) = F(y_н) = \iint_{(D)} f(x, x_н) dx dx_н ,$$

где (D) — область интегрирования (см. рис. 3.6.5).

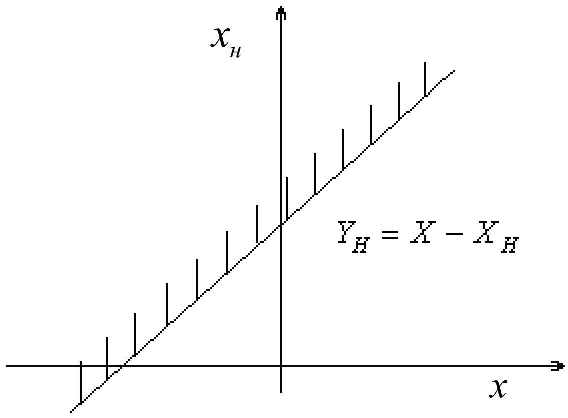


Рис. 3.6.5

Тогда

$$F(y_н) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{x_н}^{+\infty} f(x, x_н) dx dx_н = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{x - y_н}^{+\infty} f(x, x_н) dx_н \right] dx ,$$

а

$$f(y_н) = \frac{dF(y_н)}{dy_н} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{d}{dy_н} \int_{x_н}^{+\infty} f(x, x_н) dx_н \right] dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, x - y_н) dx . \quad (3.6.37)$$

Аналогично

$$f(y_в) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, x + y_в)dx. \qquad (3.6.38)$$

Если ***случайные величины*** X, $X_н$ и $X_в$ независимые и имеют нормальное распределение, то

$$f(y_н) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{xн}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(x_н - m_{x_н})^2}{2\sigma_{x_н}^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_{xн}^2}} e^{-\frac{(y_н - (m_x - m_{xн}))^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_{xн}^2)}} =$$

$$= \frac{1}{\sigma_{yн}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_н - m_{yн})^2}{2\sigma_{yн}^2}}, \qquad (3.6.39)$$

где $m_{yн} = m_x - m_{xн}$; $\sigma_{yн} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_{xн}^2}$.

Соответственно

$$f(y_в) = \frac{1}{\sigma_{yв}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_в - m_{yв})^2}{2\sigma_{yв}^2}}. \qquad (3.6.40)$$

А вот $f(y_н, y_в)$ – это уже будет нормальное распределение ***двух зависимых случайных величин*** $Y_н$ и $Y_в$

$$f(y_н, y_в) = \frac{1}{2\pi\sigma_{yн}\sigma_{yв}\sqrt{1-\rho^2}} \times$$

$$\times\, exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(y_н - m_{yн})^2}{2\sigma_{yн}^2} - \frac{2\rho(y_н - m_{yн})(y_в - m_{yв})}{\sigma_{yн}\sigma_{yв}} + \frac{(y_в - m_{yв})^2}{2\sigma_{yв}^2} \right] \right),$$

где $m_{yн} = m_x - m_{xн}$, $\sigma_{yн} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_{xн}^2}$, $m_{yв} = m_x - m_{xв}$, $\sigma_{yв} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_{xв}^2}$,
ρ – коэффициент корреляции случайных величин $Y_н$ и $Y_в$

$$\rho = \frac{K_{yн,\, yв}}{\sigma_{yн}\sigma_{yв}},$$

$$K_{ун,\ ув} = M\left[(Y_н - m_{ун})(Y_в - m_{ув})\right]. \qquad (3.6.41)$$

Подставляя значения $Y_н$, $Y_в$, $m_{ун}$ и $m_{ув}$ в (4.6.41) и проводя преобразования, получим

$$K_{ун,\ ув} = -\ \sigma_x^2,$$

а учитывая, что $\sigma_x^2 = M[X^2] - m_x^2$, получим

$$\rho = \frac{K_{ун,\ ув}}{\sigma_{ун}\sigma_{ув}} = -\frac{\sigma_x^2}{\sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_{хн}^2)(\sigma_{хв}^2 + \sigma_x^2)}}.$$

И окончательно

$$P_П = \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_{ун}\sigma_{ув}\sqrt{1-\rho^2}} \times$$

$$\times\ exp\left(-\ \frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(y_н - m_{ун})^2}{2\sigma_{ун}^2} - \frac{2\rho(y_н - m_{ун})(y_в - m_{ув})}{\sigma_{ун}\sigma_{ув}} + \frac{(y_в - m_{ув})^2}{2\sigma_{ув}^2}\right]\right).$$

Этот интеграл рассчитывается с помощью таблиц для стандартного нормального распределения

$$P_П = 0,5\varPhi_0(\alpha_н) + 0,5\varPhi_0(\alpha_в) - T(\alpha_н, \beta_н) - T(\alpha_в, \beta_в), \qquad (3.6.42)$$

где $\alpha_н = \dfrac{m_{ун}}{\sigma_{ун}}$, $\alpha_в = \dfrac{m_{ув}}{\sigma_{ув}}$, $\beta_н = \dfrac{(\alpha_в - \alpha_н\rho)}{\alpha_н\sqrt{1-\rho^2}}$, $\beta_в = \dfrac{(\alpha_н - \alpha_в\rho)}{\alpha_в\sqrt{1-\rho^2}}$,

$\varPhi_0(\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\alpha} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$, $T(\alpha, \beta) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{\beta} e^{-\frac{\alpha^2}{2}(1+x^2)}\dfrac{dx}{1+x^2}$.

Если же $\rho = 0$, то

$$P_П = \varPhi_0\left(\frac{m_{ун}}{\sigma_{ун}}\right)\varPhi_0\left(\frac{m_{ув}}{\sigma_{ув}}\right). \qquad (3.6.43)$$

3.7. Решение типовых примеров

Пример 3.7.1. Система состоит из трех устройств (рис. 3.7.1).

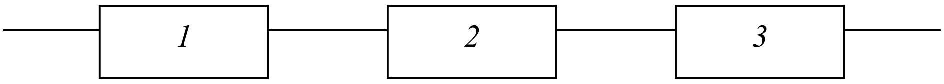


Рис. 3.7.1

Интенсивность отказов электронного устройства 1 равна $\lambda_1 = 0{,}16 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Интенсивность отказов двух электромеханических устройств (2 и 3) линейно зависит от времени:

$$\lambda_2(t) = 0{,}23 \cdot 10^{-4} t \text{ 1/ч;}$$
$$\lambda_3(t) 0{,}06 \cdot 10^{-6} t^{2{,}0} \text{ 1/ч.}$$

Оценить вероятность безотказной работы системы в течение 100 ч.

Решение. По формуле (3.1.5)

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \int_0^t \lambda_i(\tau)\, d\tau \right) = \exp\left[-\left(\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2(t)\, dt + \int_0^t \lambda_3(t)\, dt \right) \right] =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23 \cdot 10^{-4} \frac{t^2}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6} \frac{t^{3{,}0}}{3{,}0} \right) \right].$$

При $t = 100$ ч

$$P_c(t) = \exp\left[-\left(0{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 + 0{,}23 \cdot 10^{-4} \frac{10^4}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6} \frac{10^6}{3{,}0} \right) \right] =$$

$$= \exp\left[-\left(0{,}016 + 0{,}115 + 0{,}02\right)\right] = \exp\left[-0{,}151\right] \approx 0{,}86.$$

Пример 3.7.2. Система состоит из трех блоков (рис. 3.7.1), среднее время безотказной работы каждого равно $m_{T_1} = 160$ ч; $m_{T_2} = 320$ ч; $m_{T_3} = 600$ ч. Время безотказного функционирования блоков подчиняется экспоненциальному распределению. Определить среднее время безотказного функционирования системы.

Решение. Согласно (2.6.2), (3.1.8) и (3.1.9) имеем

$$\Lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m_{T_i}} = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}00625 + 0{,}00313 + 0{,}00167 = 0{,}011 \text{ 1/ч.}$$

Тогда $m_{T_c} = \dfrac{1}{\Lambda_c} = \dfrac{1}{0{,}011} = 91$ ч.

Пример 3.7.3. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени $t = 100$ ч соответственно равны: $P_1(100) = 0{,}95; P_2(100) = 0{,}97$ (рис. 3.7.2).

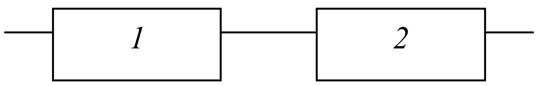


Рис. 3.7.2

Время безотказного функционирования каждого устройства подчиняется показательному распределению. Оценить среднее время наработки на отказ системы.

Решение. Вероятность безотказной работы такой системы равна

$$P_c(t) = e^{-\Lambda_c t} = P_1(t) \cdot P_2(t) = 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}92,$$

где $\Lambda_c = \dfrac{1}{m_{T_c}}$.

Из уравнения $e^{-\Lambda_c t} = 0,92$ находим $\Lambda_c t \approx 0,083$, а $\Lambda_c = 0,83 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Тогда $m_{T_c} = \dfrac{1}{\Lambda_c} = \dfrac{1}{0,83 \cdot 10^{-3}} = 1205$ ч.

Пример 3.7.4. В системе телеуправления применено дублирование канала управления. Интенсивность отказов канала $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Оценить вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ при $t = 10$ ч, среднее время наработки на отказ m_{T_c} и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$.

Решение. Согласно (3.2.5)

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - P(t)\right)^n,$$

где $n = 1 + 1 = 2$; $P(t) = e^{-\lambda t}$.

Подставляя эти значения и их численные значения в $P_c(t)$, получим

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-10^{-2} * 10}\right)^2 = 1 - \left(1 - e^{-0,1}\right)^2 = 1 - 0,01 = 0,99.$$

Соответственно по (3.2.10) находим

$$m_{T_c} = \frac{1}{\lambda} A = \frac{1}{10^{-2}} \sum_{i=0}^{1} \frac{1}{i+1} = \frac{1}{10^{-2}} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ ч.}$$

В свою очередь по (3.2.8)

$$\Lambda_c(t) = \frac{\lambda n \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{n-1}}{1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n} e^{-\lambda t} = \frac{10^{-2} \cdot 2 \left(1 - e^{-0,1}\right)^1}{1 - \left(1 - e^{-0,1}\right)^2} e^{-0,1} = \frac{10^{-2} \cdot 2 \cdot 0,1}{1 - 0,01} 0,9 =$$

$$= \frac{0,002}{0,99} 0,9 = 0,0018 \text{ 1/ч.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Для изображенной на рис. 3.7.3 логической схемы системы определить $P_c(t)$, m_{T_c}, $f_c(t)$, $\Lambda_c(t)$.

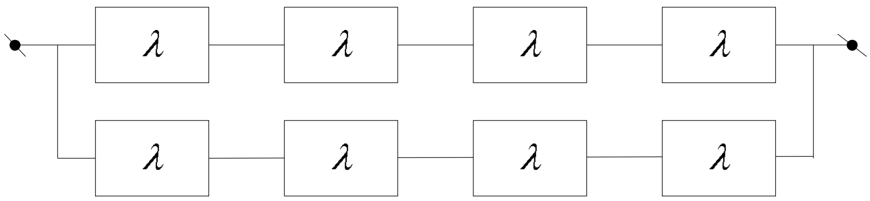


Рис. 3.7.3

Задача 2. Для изображенной на рис. 3.7.4 логической схемы системы определить интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$.

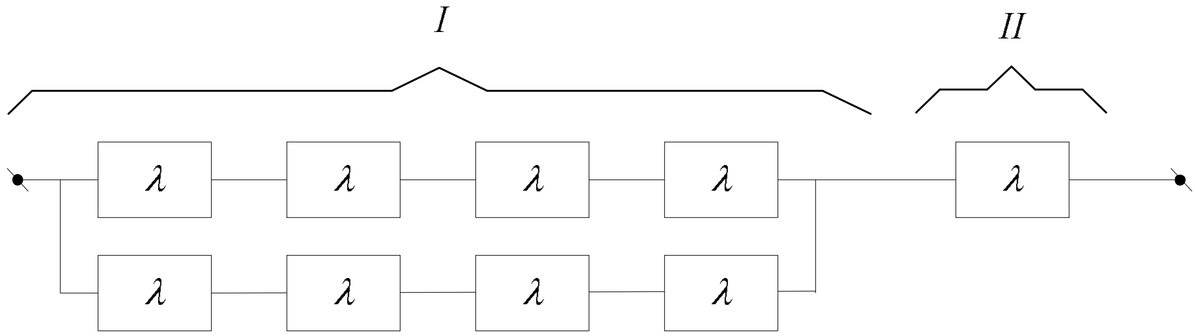


Рис. 3.7.4

Задача 3. Структурная схема расчета надежности изделия показана на рис. 3.7.5. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов изделия. Интенсивности отказов элементов имеют значения: $\lambda_1 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Требуется оценить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 100$ ч, среднее время безотказной работы изделия m_{T_c}, частоту отказов и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$ в момент времени $t = 100$ ч.

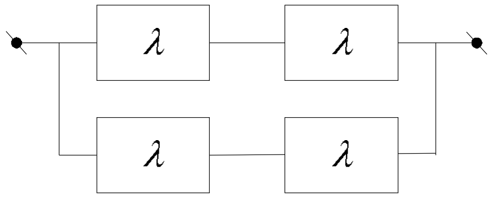


Рис. 3.7.5

Контрольные вопросы и задания

1. Какой смысл вкладывается в понятие структуры технической системы в надежности?
2. Какие структуры могут быть у ТС?
3. Что такое последовательная структура (основное соединение)?
4. Запишите вероятность безотказного функционирования системы с последовательной структурой.
5. Каковы значения показателей надежности системы с последовательной структурой при экспоненциальном распределении времени наработки на отказ?
6. В чем сущность системы с параллельной структурой?
7. Как рассчитываются показатели надежности систем с параллельной структурой?
8. Каковы особенности систем со сложной структурой?
9. Какие методы расчета надежности применяются для систем со сложной структурой?
10. Как рассчитать надежность системы типа «m из n»?
11. Какие методы расчета надежности применяют для «мостиковых» систем?
12. В чем сущность метода минимального пути?
13. В чем сущность метода минимального сечения?
14. Что такое параметрическая надежность?
15. Понятие параметрического отказа?
16. Какие существуют подходы к оценке параметрической надежности?

4. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

4.1. Способы повышения надежности ТС

Рассмотрение основных структур технических систем и структурной схемы надежности (минимальной структуры) показало, что последняя является последовательной структурой; а для последовательных структур характерным является то, что надежность такой системы не может быть выше надежности самого слабого элемента в ней (3.1.3), (3.1.10)

$$P_c(t) = \prod_i^n P_i(t) \ , \ P_i(t) \le 1,0.$$

Чем больше элементов в этой цепи, тем надежность системы будет ниже. Надежность элементов системы, особенно если и они являются сложными системами, нельзя поднимать беспредельно и прежде всего по экономическим соображениям и весогабаритным показателям. Ведь для поднятия надежности отдельного элемента, звена в функциональной цепи, необходимо брать более качественный материал, повышать качество и технологию изготовления, увеличивать объем испытаний, и т.п. В силу этого в теории надежности и в практике все больше внимания уделяется вопросам введения различного рода избыточности. Под ***избыточностью*** понимают дополнительные средства и возможности системы сверх минимально необходимых для выполнения его целевых функций (сверх минимальной структуры и функции).

В соответствии с ГОСТ 13377-75 различают *три основных вида избыточности:*

– структурная;
– информационная;
– временная.

Структурная избыточность предполагает введение в минимально необходимую структуру системы дополнительных элементов, узлов, блоков, устройств, и даже постановка еще одной или нескольких систем, аналогичных основной по функции или же идентичная основной. Эти дополнительные элементы, узлы, блоки называют резервными, они вводятся параллельно основным и включаются по мере отказа основного резервируемого элемента. Такой способ повышения надежности системы (выполнения целевой функции) называют **резервированием.**

Информационная избыточность предполагает использование избыточной (сверх минимально необходимой) информации. Такой способ повышения надежности функционирования (повышения функциональных задач) чаще всего применяется в системах управления, командных системах, системах связи, информационных системах, и т.п. Повышение надежности в них достигается, например, путем многократного повторения передачи одного и того же сигнала по каналам связи до нескольких совпадений, либо применением специальных кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки в процессе функционирования системы (коды с повторением и инверсией, циклические коды, код Хемминга и т.п.). Информационная избыточность для ее реализации предполагает введение в структуру системы дополнительных соответствующих элементов, устройств и т.п. Информационную избыточность можно рассматривать и как функциональную, так как это специфика организации процесса функционирования, его технологии.

Временнáя избыточность состоит в том, что при проектировании в системе закладывается способность безотказного функционирования в течение времени $T_{б.р}$, которое должно быть больше минимально необходимого для решения системой функциональной задачи – $T_{р.з}(T_{б.р} > T_{р.з})$. Так, например, если создается самолет с максимальной дальностью полета – S и ей соответствует время полета – $T_{р.з}$ при крейсерской скорости $V_{\text{кр}}$, то реально самолет может без дозаправки находиться в воздухе – $T_{\text{б.р}}$ ($T_{\text{б.р}} - T_{\text{р.з}} \approx 2$ или 3 ч) – это именно техническая возможность самолета, а не только наличие соответствующего количества горючего.

В дальнейшем в данной работе основное внимание сосредоточим на структурном резервировании как наиболее широко применяемом и имеющем большое количество способов и схем реализации. Информационная и временная избыточности имеют особую специфику и их описание выходит за рамки данного издания.

Количественно повышение надежности системы в результате резервирования или применения высоконадежных элементов можно оценить по ***коэффициенту выигрыша надежности*** G_p, определяемому как отношение показателя надежности после и до преобразования системы. Например, для системы из n последовательно соединенных элементов (рис. 3.1.1) после резервирования одного из элементов (k-го) аналогичным по надежности элементом коэффициент выигрыша надежности по вероятности безотказной работы составит

$$G_p = \frac{P'}{P} = \frac{p_1 p_2 \cdots p_{k-1}\left[1-(1-p_k)^2\right] p_{k+1} \cdots p_n}{p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k p_{k+1} \cdots p_n} =$$

$$= \frac{1-(1-p_k)^2}{p_k} = 2 - p_k \ . \qquad (4.1.1)$$

где p_k – вероятность безотказной работы k-го элемента, $k = \overline{1,n}$.

Из формулы (4.1.1) следует, что эффективность резервирования (или другого приема повышения надежности) тем больше, чем меньше надежность резервируемого элемента (при $p_k = 0{,}9$, $G_p = 1{,}1$, при $p_k = 0{,}5$, $G_p = 1{,}5$). Следовательно, при структурном резервировании максимального эффекта можно добиться при резервировании самых ненадежных элементов (или групп элементов).

В общем случае при выборе элемента (или группы элементов) для повышения надежности или их резервирования необходимо исходить из условия обеспечения при этом максимального эффекта. Например, для мостиковой схемы (рис. 4.1.1)

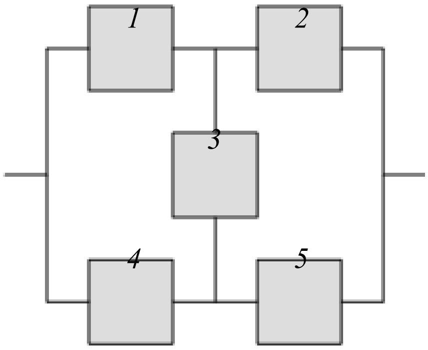


Рис. 4.1.1

вероятность безотказного функционирования равна

$$P_c = p_1p_2p_3p_4p_5 + q_1p_2p_3p_4p_5 + p_1q_2p_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4p_5 +$$
$$+p_1p_2p_3q_4p_5 + p_1p_2p_3p_4q_5 + q_1q_2p_3p_4p_5 + q_1p_2q_3p_4p_5 + q_1p_2p_3p_4q_5 +$$
$$+p_1q_2q_3p_4p_5 + p_1q_2p_3q_4p_5 + p_1p_2q_3q_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 + p_1p_2p_3q_4q_5 +$$
$$+q_1q_2q_3p_4p_5 + p_1p_2q_3q_4q_5. \qquad (4.1.2)$$

Дифференцируя это выражение по вероятности безотказной работы каждого из элементов p_i, $i=\overline{1,5}$, получим для идентичных по надежности элементов

$$\frac{\partial p}{\partial p_1} = \frac{\partial p}{\partial p_2} = \frac{\partial p}{\partial p_4} = \frac{\partial p}{\partial p_5} = pq^3 + 4p^2q^2 + p^3q; \qquad (4.1.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial p_3} = 2p^2q^2. \qquad (4.1.4)$$

Очевидно, что максимальное увеличение надежности системы обеспечит увеличение надежности или резервирование того элемента, частная производная для которого при данных условиях принимает максимальное положительное значение. Сравнение выражений (4.1.3) и (4.1.4) показывает, что при любых положительных значениях p и q значение выражения (4.1.3) больше значения выражения (4.1.4) и, следовательно, в мостиковой схеме с идентичными элементами эффективность повышения надежности или резервирования «периферийных» элементов 1, 2, 4 и 5 выше, чем диагонального элемента 3, если в качестве показателя надежности взять вероятность безотказной работы системы.

Таким образом, наибольшее влияние на надежность системы оказывают элементы в мостиковой структуре, обладающие наибольшим значением производной $\frac{\partial p}{\partial p_i}$, $i = \overline{1,n}$, а при последовательном соединении – наименее надежные.

В более сложных случаях для выбора элементов, подлежащих изменению, используются как аналитические, так и численные методы оптимизации надежности.

4.2. Схемы и способы резервирования

В настоящее время разработано и применяется достаточно большое количество различных способов и схем резервирования. Выбор того или иного способа определяется как функциональными задачами системы, так и требованиями к условиям их решения. Для разработки единых методик оценки показателей надежности все способы и схемы резервирования классифицируют по следующим признакам. Общая схема классификации способов и схем резервирования приведена в табл. 4.2.1.

1. ***По реакции ТС на появление отказа,*** т.е. по своим «динамическим» свойствам системы разделяют на ***активные*** и ***пассивные***. Эти особенности заложены в структуре и функции системы.

У ***активных*** систем при появлении отказа происходит соответствующее «реагирование» их: система перестраивается, в результате чего восстанавливается ее работоспособность, т.е. осуществляется как бы «саморемонт» по заложенному алгоритму.

В системах с ***пассивным*** резервированием отказ отдельных элементов не влияет на процесс ее функционирования, перестроение структуры системы не происходит, так как в системе не предусмотрен соответствующий алгоритм (механизм).

2. Режим работы резервных элементов у активных и пассивных систем различен. У первых для расчета показателей надежности важно знать нагрузку на резервные элементы до наступления отказа, а у пассивных – после наступления отказа.

В соответствии с этим активное резервирование классифицируют на ***нагруженное**,* ***облегченное*** и ***ненагруженное***.

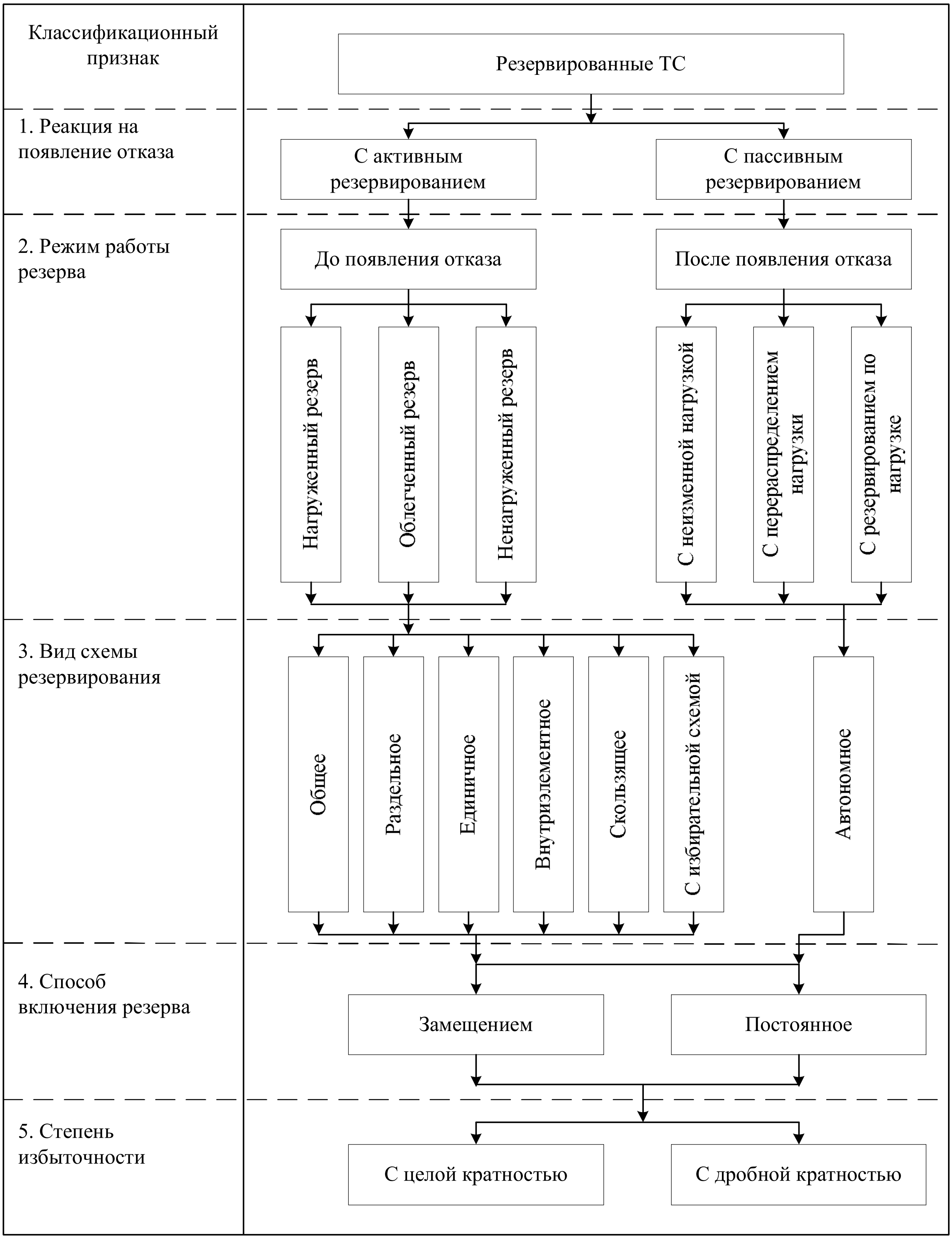
Нагруженный (горячий) резерв – резервные элементы с включением основного элемента также включаются и несут такую же нагрузку, как и основной элемент, т.е. их функционирование происходит совместно с основным и в том же режиме. При этом предполагается, что характеристики их надежности во все время функционирования остаются неизменными.

Облегченный (теплый) резерв – при включении основного элемента резервные элементы тоже включаются, но функциональную нагрузку не несут, т.е. находятся в режиме ожидания и принимают нагрузку по мере отказа функционирующего элемента поочередно, т.е. под нагрузкой всегда находится только один элемент. При этом характеристики надежности резервного элемента в режиме ожидания и при работе различны, и отказ может наступить на каждом этапе.

Ненагруженный (холодный) резерв – при включении в работу основного элемента резервные элементы остаются не включенными и включение их производится только при отказе очередного функционирующего элемента. Предполагается, что до включения резервных элементов в работу их качество (характеристики надежности) остается неизменным, и они готовы к включению, кроме того система контроля состояния элементов и переключения с отказавшего на очередной резервный работает идеально.

В ***системах с пассивной структурой*** при возникновении отказа одного из элементов (основного или резервного) может изменяться нагрузка, воспринимаемая оставшимися элементами, особенно в системах с нагруженным резервированием. Поэтому в системах с пассивным резервированием классификация осуществляется по условиям работы системы после наступления

Таблица 4.2.1



отказа хотя бы одного элемента. По этому признаку выделяют три вида систем с пассивным резервированием:

– ***с неизменной нагрузкой***, когда при отказе любого из элементов на оставшихся работоспособными элементах нагрузка остается неизменной. Здесь общая нагрузка не перераспределяется между элементами. Примером такой схемы может служить ненагруженное резервирование;

– ***с перераспределением нагрузки***, когда при отказе хотя бы одного элемента на оставшиеся работоспособными элементы нагрузка перераспределяется. Естественно, что в такой схеме должен быть соответствующий механизм перераспределения нагрузки. Примером такой схемы может служить нагруженное резервирование;

– ***с нагрузочным резервированием***, когда общая исходная нагрузка распределяется между всеми основными и резервными элементами, т.е. чем больше резервных элементов, тем меньшая нагрузка приходится на один элемент и тем самым понижает скорость потери его работоспособности. Однако в таких системах отказ наступает при отказе хотя бы одного элемента.

Оба рассмотренных способа резервирования могут реализовываться по различным схемам: ***общее, автономное, раздельное, единичное, внутриэлементное, скользящее*** и ***с избирательными схемами***.

Общее резервирование состоит в том, что резервируется полностью вся резервируемая система. Особенно это характерно для систем жизнеобеспечения. Например, особо ответственные объекты имеют автономные источники электропитания и водоснабжения (пункты управления, больницы, отдельные жилые дома и т.п.). Причем резервный объект может быть идентичен основному только функционально, а не физически.

Автономное резервирование – частный случай общего, но в отличии от него, где резервная система включается при отказе основной, здесь и основная, и резервная системы функционируют одновременно. Этот способ резервирования применяется в различного рода информационных системах: телеметрические системы, системы аварийного оповещения (пожар, загазованность) и т.п. Автономное резервирование применяется при проведении уникальных дорогостоящих испытаний для фиксации их результатов. Автономное резервирование является всегда пассивным.

Раздельное резервирование предусматривает резервирование отдельных элементов или их групп.

В сложных системах, особенно электрических (электронных), выполнить раздельно элементное резервирование довольно сложно, поэтому выполняют так называемое схемное резервирование, т.е. элемент резервируется специально разрабатываемой и монтируемой схемой. Такое резервирование называют ***единичным***.

Внутриэлементное резервирование состоит в резервировании внутренних связей элемента. Такое резервирование осуществляется за счет введения дополнительных связей внутри элемента, а соответственно изменяется и его конструкция.

Скользящее резервирование используется для резервирования систем с большим количеством однотипных элементов. В этом случае резервируется не каждый элемент, а на группу в n одинаковых элементов вводится m резервных ($m < n$) и замена любого отказавшего основного элемента осуществляется любым резервным.

Избирательный способ резервирования применяют в мажоритарных системах, где выходной сигнал снимается одновременно с нескольких выходов и достоверным считается тот, значения которого совпали на нескольких (хотя бы двух) выходах.

По способу включения резервных элементов все способы (схемы) резервирования делят на схемы с постоянным включением резерва и схемы резервирования замещением.

Постоянное резервирование – это когда резервные элементы включены в конструкцию системы и при отказе резервируемого элемента его функции продолжает выполнять резервный элемент. Примером постоянного резервирования является нагруженное и автономное резервирование. Для перехода нагрузки от отказавшего к функционирующему элементу не требуются специальные переключающие и контролирующие устройства.

Резервирование замещением – это такое резервирование, при котором передача нагрузки резервному элементу происходит только при отказе основного элемента. Примером такого резервирования являются ненагруженное, облегченное, общее. Такой способ резервирования предполагает обязательное наличие контролирующих и переключающих (управляющих) механизмов и алгоритмов (программ).

Следующий классификационный признак – это ***степень избыточности****,* которая характеризуется ***кратностью резервирования***. ***Кратность резервирования*** – это отношение количества резервных элементов к резервируемому элементу, выраженное несокращаемой дробью, типа 2 : 3, 4 : 2, 3 : 1 и т.п. Это отношение может быть и целым, и дробным. Резервирование одного основного элемента одним резервным, т.е. 1 : 1, называют дублированием.

Целая кратность присуща резервированию отдельных элементов (узлов, систем), когда резервируется отдельный элемент несколькими. Например, нагруженное резервирование.

Дробная кратность характерна для резервирования группы одинаковых объектов несколькими резервными. При этом количество резервных объектов, как правило, меньше количества резервируемых. Например, при скользящем резервировании.

4.3. Показатели надежности технических систем с нагруженным (горячим) резервом

Рассмотрим систему с нагруженным резервом (рис. 4.3.1).

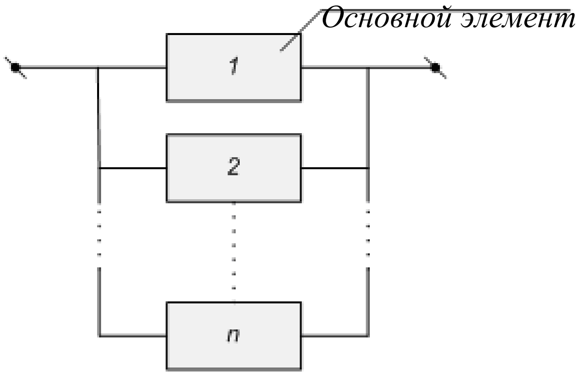


Рис. 4.3.1

Система с такой структурой резервирования функционирует до тех пор, пока функционирует хотя бы один элемент. А отказ системы наступает при отказе всех n элементов. Следовательно $T_{0c} = \max\limits_i \{T_i\}$, $i = \overline{1,n}$, – время безотказного функционирования системы.

Будем отличать 1-й – основной элемент, а со 2-го по n – резервные. Здесь структура резервированной системы аналогична структуре с параллельным соединением элементов, где уже были получены выражения для вероятности безотказного функционирования системы

$$P_c(A,\ t) = 1 - \prod_{i\ =\ 1}^{n} \left(1 - P(A_i,\ t)\right), \tag{4.3.1}$$

где $P(A_i, t)$ – вероятность безотказного функционирования i-го элемента в течение времени t;

$(n-1)$ – число резервных элементов.

Соответственно вероятность отказа

$$Q_c(t) = \prod_{i=1}^{n} \left(1 - P(A_i, t)\right). \tag{4.3.2}$$

Так как резервирование осуществляется такими же элементами, что и основной, то

$$P(A_1,t) = P(A_2,t) = \ldots = P(A_n,t) = P_1(t). \qquad (4.3.3)$$

Тогда (4.3.1) преобразуется к виду

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - P_1(t)\right)^n. \qquad (4.3.4)$$

Соответственно вероятность отказа системы будет равна

$$Q_c(t) = \left(1 - P_1(t)\right)^n. \qquad (4.3.5)$$

Предполагая, что характеристики элементов $\lambda(t), T_{1\text{ср}}, P_1(t)$ и n известны, найдем соответствующие показатели для системы с $(n-1)$ резервными элементами. Для этого воспользуемся зависимостями, полученными в п. 3.2.

$$f_A(t) = -\frac{dP(A,t)}{dt} = n\left(1 - P_1(t)\right)^{(n-1)} \frac{dP_1(t)}{dt}, \qquad (4.3.6)$$

$$\Lambda_A(t) = \frac{-\dfrac{dP(A,t)}{dt}}{P(A,t)} = -\frac{n\left(1 - P_1(t)\right)^{(n-1)}}{1 - \left(1 - P_1(t)\right)^n} \frac{dP_1(t)}{dt}. \qquad (4.3.7)$$

Рассмотрим режим стационарного функционирования системы, когда $\lambda(t) = \lambda$. Тогда закон распределения времени безотказного функционирования элементов можно аппроксимировать показательным распределением

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \ge 0, \lambda > 0.$$

Соответственно

$$P_1(t) = e^{-\lambda t}, \qquad (4.3.8)$$

а

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n; \tag{4.3.9}$$

$$Q_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n. \tag{4.3.10}$$

Характер изменения этих показателей в зависимости от n (кратности резервирования) показан на рис. 4.3.1.

Подставляя (4.3.8) в (4.3.7), получим

$$\Lambda_A(t) = \frac{n\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{(n\ -\ 1)}}{1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n} \lambda e^{-\lambda t}. \tag{4.3.11}$$

Определим показатель долговечности системы: среднее время наработки на отказ системы – T_{Acp}.

$$T_{A\text{ср}} = \int_0^{+\infty} P_c(t)\,dt = \int_0^{+\infty} \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n\right] dt. \tag{4.3.12}$$

В соответствии с (4.3.12) получаем

$$T_{A\text{ср}} = \frac{A_n}{\lambda} = T_{1\text{ср}} A_n. \tag{4.3.13}$$

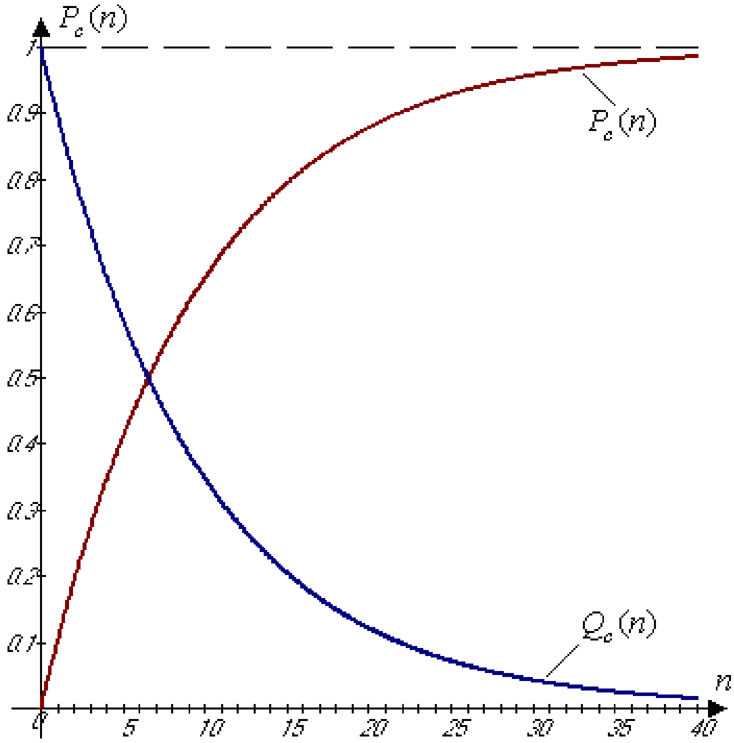


Рис. 4.3.1

Так как $A_n > 1$, то можно сделать вывод о том, что надежность так резервированной системы улучшается по сравнению с нерезервированной системой. Однако анализ выражения A_n показывает, что с увеличением n темп роста A_n (а соответственно и $T_{A\text{ср}}$) уменьшается и при больших значениях практически прекращается (рис. 4.3.2).

Поэтому нагруженный резерв целесообразен в особо ответственных случаях и при малом числе резервных элементов. И этот способ резервирования элементов не применим для повышения надежности низконадежных систем такими же элементами.

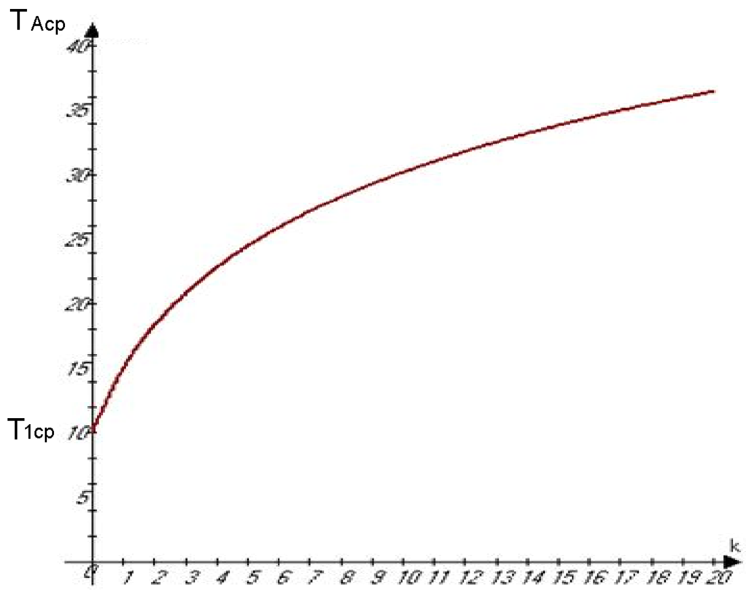


Рис. 4.3.2.

Пример 4.3.1. Автоматическая система состоит из $n = 5000$ элементов, у которых $\lambda_1 = 0,001 \cdot 10^{-3}$ (1/ч). Определить вероятность безотказной работы системы в течение 1000 ч без резерва и при поэлементном резервировании с кратностью $m = 5$. Проведем сравнение надежности по показателю безотказного функционирования – вероятности безотказного функционирования.

Учитывая, что $\lambda_1 = const$, будем исходить из того, что время безотказного функционирования системы, как и элементов, будет подчиняться показательному распределению. Тогда

а) при n = 0

$$P_c^0(t) = e^{-\Lambda_c t}, \tag{4.3.14}$$

где

$$\Lambda_c = n\lambda_1 = 5000 \cdot 0,001 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3},\ t = 1000 \text{ ч.}$$

Подставляя эти значения в формулу (4.3.14), получим

$$P_c^0(t) = e^{-5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = e^{-5} = 0,007;$$

б) при n = 5

$$P_c^5(t) = 1 - \left(1 - P_c^0(t)\right)^{n\ +\ 1} = 1 - (1 - 0{,}007)^6 = 0{,}012\,.$$

Как видим, относительный выигрыш есть, но он не существенен

$$\frac{P_c^5(t)}{P_c^0(t)} = \frac{0{,}012}{0{,}007} \approx 1{,}7\,.$$

Достигнуть существенного повышения надежности системы таким способом не удалось ($P_c(t) = 0{,}012$ – это очень низкая надежность).>>

Для определения показателя: гарантийное время наработки на отказ необходимо задать требуемый уровень вероятности безотказного функционирования α:

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n = \alpha\,,$$

преобразуем

$$(1-\alpha)^{\frac{1}{n}} = \left(1 - e^{-\lambda \tau_\alpha}\right)$$

и, логарифмируя, получим

$$\tau_{\text{тр}} = \tau_\alpha = -\frac{1}{\lambda}\ln\left[1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{n}}\right] = -T_{1\text{ср}}\ln\left[1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{n}}\right]. \qquad (4.3.15)$$

Пример 4.3.2. Рассмотрим систему, состоящую из двух блоков: *A* и *B* (рис. 4.3.3)

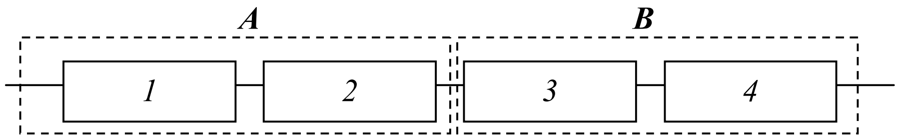


Рис. 4.3.3

И оценим различные схемы резервирования:

– поэлементно;

– поблочно;

– системно.

Оценим вероятность безотказного функционирования исходной системы (рис. 4.3.3). Согласно (3.1.3) $P_c = P_A P_B$,где $P_A = P_1 P_2$, $P_B = P_3 P_4$.

Если $P_1 = P_2 = 0,9$, а $P_3 = P_4 = 0,8$, то $P_c = 0,5184$.

1. Поэлементное резервирование (рис. 4.3.4)

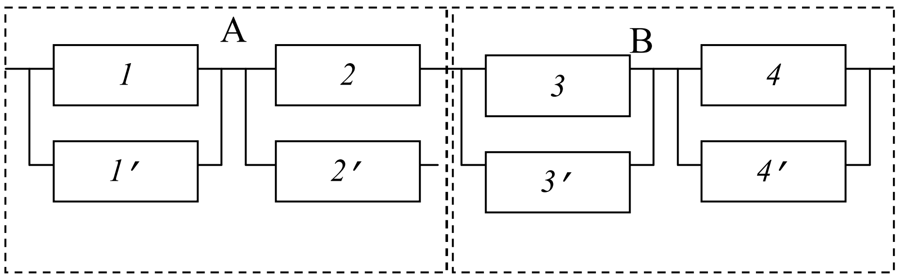


Рис. 4.3.4

Обозначим

A_i – безотказное функционирование i-го элемента;

A – безотказное функционирование системы.

Тогда

$$P_c = P(A) = \left(1-(1-P_1)^2\right)^2 \left(1-(1-P_3)^2\right)^2 =$$

$$= (1-0,01)^2 (1-0,04)^2 = 0,99^2 \cdot 0,96^2 = 0,98 \cdot 0,92 = 0,9016 .$$

2. Поблочное резервирование (рис. 4.3.5)

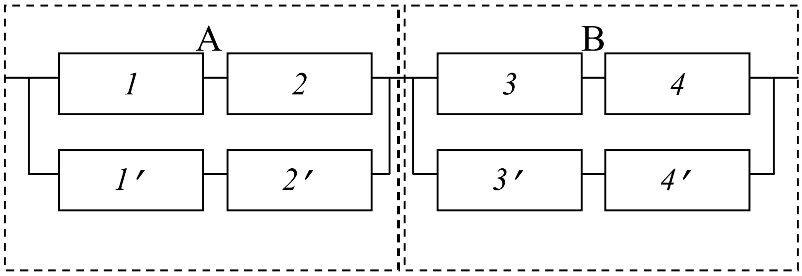


Рис. 4.3.5

Здесь

A_A – безотказное функционирование блока A;

A_B – безотказное функционирование блока B.

$$A_A = A_1A_2 + A_1'A_2' = \overline{\overline{A_1A_2}\ \ \overline{A_1'A'}}.$$

Отсюда

$$P_A(A) = 1 - \left(1 - P(A_1A_2)\right)^2.$$

Аналогично

$$P_B(A) = 1 - \left(1 - P(A_3A_4)\right)^2.$$

Тогда, считая, что события A_A и A_B независимые, получим

$$P(A) = P(A_AA_B) = P_A(A)P_B(A) =$$

$$= 1 - \left(1 - P(A_1A_2)\right)^2 \left(1 - \left(1 - P(A_3A_4)\right)\right)^2 =$$

$$= \left[1 - \left(1 - P_1^2\right)^2\right]\left[1 - \left(1 - P_3^2\right)^2\right] = \left[1 - \left(1 - 0{,}98^2\right)^2\right]\left[1 - \left(1 - 0{,}92^2\right)^2\right] =$$

$$= (1 - 0{,}0004)(1 - 0{,}0064) = 0{,}839.$$

3. Системное резервирование (рис. 4.3.6)

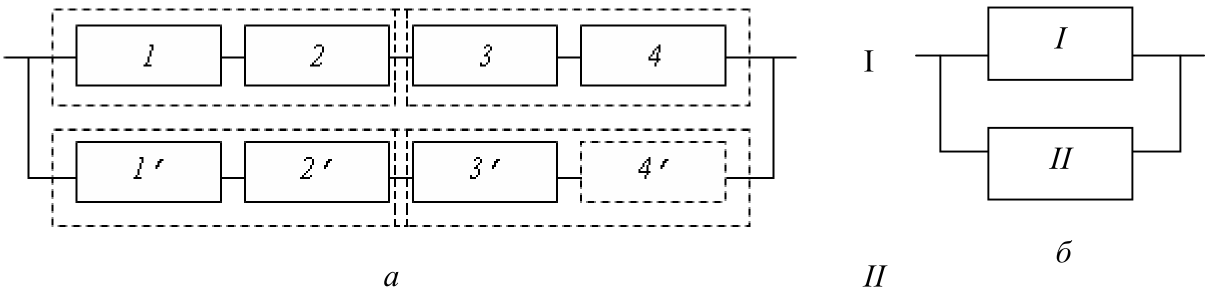


Рис. 4.3.6

Здесь

$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A_I}\right)P\left(\overline{A_{II}}\right) = 1 - \left(1 - P(A_I)\right)\left(1 - P(A_{II})\right),$$

Где

$$P(A_I) = \prod_{i=1}^{4} P(A_i),\; P(A_{II}) = \prod_{i=1}^{4} P(A'_i).$$

Тогда

$$P_c = P(A) = 1 - P\left(\overline{A_I}\right)P\left(\overline{A_{II}}\right) = 1 - \left(1 - P_1^2 P_3^2\right)\left(1 - P_1^2 P_3^2\right) =$$

$$= 1 - \left(1 - 0{,}99^2 \cdot 0{,}81^2\right)^2 = 1 - (1 - 0{,}5184)^2 = 1 - (1 - 0{,}9)^2 = 0{,}7681.$$

Таким образом, наиболее эффективный способ резервирования – поэлементное ($P_c = 0{,}9016$), а наихудший – системное ($P_c = 0{,}7681$). Этот вывод справедлив при условии, что система управления переключением с отказавшего на резервный элемент идеальна. >>

Рассмотрим задачу определения оптимальной кратности резервирования для обеспечения требуемого уровня надежности – $Q_{\text{тр}}(t)$ системы с n идентичными элементами $P_1(t) = \ldots = P_n(t)$.

1. Определить число элементов системы n, при котором вероятность отказа (ВО) системы $Q_c(t)$ не будет превосходить заданный уровень $Q_{\text{тр}}$.

Поскольку $Q_c(t) = Q_1^n(t)$, то по условию задачи

$$Q_1^n(t) \le Q_{\text{тр}}(t).$$

Из приведенного неравенства определим минимально необходимое число элементов

$$n \ge \frac{\ln\left(1/Q_{\text{тр}}\right)}{\ln\left(1/Q_1(t)\right)}.$$

2. Определим надежность элементов системы из условия, чтобы ВО не превышала заданную $Q_{\text{тр}}$.

Из условия $Q_1^n(t) \le Q_{\text{тр}}(t)$ находим ВО и ВБР

$$Q_1(t) < \sqrt[n]{Q_{\text{тр}}}, \text{ а } P_1(t) \ge 1 - Q_1(t).$$

4.4. Показатели надежности технических систем с ненагруженным резервом

Рассмотрим систему с ненагруженным резервом (рис. 4.4.1).

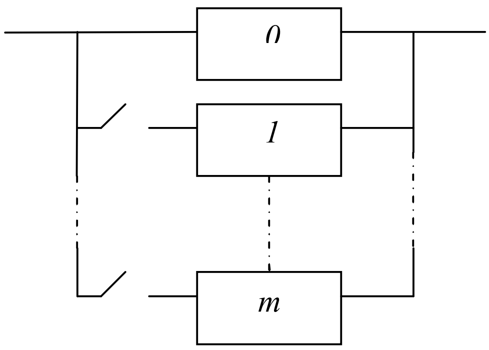


Рис. 4.4.1

На рис. 4.4.1 0 – основной элемент; 1÷ m – резервные элементы.

В такой системе при ее включении начинает функционировать основной элемент, а резервные не функционируют и не включены. Резервные элементы включаются и принимают нагрузку по очереди по мере отказа очередного функционирующего элемента. Здесь предполагается, что система контроля состояния функционирующего элемента и определения момента его отказа мгновенно включает очередной резервный элемент, и так система функционирует до отказа последнего элемента. Система контроля считается абсолютно надежной, а резервные элементы до включения свою работоспособность не теряют и имеют характеристики надежности, аналогичные основному элементу.

В соответствии с принятой схемой функционирования время работы системы до отказа будет равно

$$T_c = \sum_{i=0}^{m} T_i, \tag{4.4.1}$$

где T_i – время наработки до отказа i-го элемента (случайная величина).

Вероятность безотказного функционирования системы, как известно, равна

$$P_c(t) = P(T_c \geq t) = \int_{t}^{+\infty} f_{T_c}(\tau)d\tau, \tag{4.4.2}$$

где f_{T_c} (τ) – плотность распределения времени наработки на отказ системы – T_c.

Эта плотность формируется из законов распределения величин T_i.

Если $m = 1$, то $T_c^1 = T_0 + T_1$.

Тогда согласно формуле свертки имеем

$$f_{T_c^1}(\tau) = \int_{0}^{+\infty} f_{T_0}(\tau_0) f_{T_1}(\tau - \tau_0) d\tau_0, \tag{4.4.3}$$

где $f_{T_0}(\tau_0)$ и $f_{T_1}(\tau - \tau_0)$ – плотности распределения переменных T_0 и T_1 соответственно.

Если $m = 2$, то $T_c^2 = T_0 + T_1 + T_2 = T_c^1 + T_2$.

Тогда

$$f_{T_c^2}(\tau) = \int_0^{+\infty} f_{T_2}(\tau_2) f_{T_c^1}(\tau - \tau_2)\, d\tau_2. \tag{4.4.4}$$

Итак, рекуррентно необходимо *m*-кратно применить формулу свертки, чтобы получить $f_{T_c}(t)$.

Если

$$f_{T_i}(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau};\ \ \lambda > 0, \tau \ge 0;\ \ i = \overline{0, m}, \tag{4.4.5}$$

то

$$f_{T_c}(t) = \frac{\lambda^m t^{m-1}}{\Gamma(m)} e^{-\lambda t};\ \ \lambda > 0, t \ge 0;\ \ m = \overline{0, m}, \tag{4.4.6}$$

где $\Gamma(m)$ – гамма-функция, если m – целое.

$$\Gamma(m) = (m-1)!$$

Подставляя (4.4.6) в (4.4.2), получим

$$P_c(t) = \int_t^{+\infty} \frac{\lambda^m \tau^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\lambda t} d\tau = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{m} \frac{(\lambda t)^k}{k!}. \tag{4.4.7}$$

Определим следующий показатель надежности системы – m_{Tc} – математическое ожидание времени наработки системы до отказа. Согласно (4.4.1)

$$M[T_c] = M\left[\sum_{i=0}^{m} T_i\right].$$

В силу свойства аддитивности математического ожидания

$$M[T_c] = \sum_{i=0}^{m} M[T_i] = n m_{T_1}, \tag{4.4.8}$$

где $n = m + 1$;

m_{T_1} – математическое ожидание времени наработки на отказ одного элемента.

Согласно принятому допущению (4.4.5)

$$m_{T_1} = \frac{1}{\lambda}.$$

Тогда можно записать

$$m_{T_c} = \frac{n}{\lambda}. \qquad (4.4.9)$$

Гарантийное время безотказного функционирования системы при заданном уровне гарантии α можно определить из уравнения

$$e^{-\lambda t_\alpha} \sum_{k=0}^{m} \frac{(\lambda t_\alpha)^k}{k!} = \alpha , \qquad (4.4.10)$$

где t_α – гарантийное время.

Это уравнение можно разрешить либо численными методами, либо с использованием соответствующих таблиц χ^2.

4.5. Показатели надёжности технических систем с облегченным и со скользящим резервом

4.5.1. Показатели надёжности систем с облегченным резервом

Ранее было отмечено, что ненагруженный резерв более эффективен, чем нагруженный, и количественно показатели надёжности зависят от законов распределения времени наработки до отказа отдельных элементов резервированной системы. Основной момент, который может сказаться на оценке надежности, – то, что предположение $\lambda = const$ является довольно условным, поскольку, особенно при отсутствии технического обслуживания, очередной работающий элемент эксплуатируется до полного износа (физически λ должна возрастать). Поэтому принятое экспоненциальное распределение наработки элементов, переходящих из резервных в рабочие, использовалось только с целью упрощения расчетов.

Ненагруженный резерв в рамках принятых допущений не всегда осуществим. Например, в авиа- и судовых системах как основные, так и резервные элементы подвержены вибрации, ударам, повторно-статическим нагрузкам, перепадам температур и т.п. Поэтому не включенные в работу резервные элементы (РЭ) будут иметь некоторую $\lambda \neq 0$, т. е. они также изнашиваются, но менее интенсивно, поэтому в ряде практических случаев уместно применять облегченный резерв:

– подключать резервные элементы (РЭ) к цепям питания для прогрева и удержания требуемых значений параметров;

– учитывать внешние нагрузки и воздействия, приводящие к изменению свойств материалов, рабочих параметров и т.п.

При этом РЭ будут иметь некоторую интенсивность отказов $\lambda_p \neq 0$.

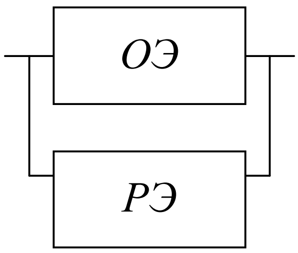


Рис. 4.5.1.1

Рассмотрим систему, состоящую из равнонадежных ОЭ и РЭ (рис. 4.5.1.1). Элементы невосстанавливаемые.

Введем события, определяющие безотказную работу (БР) системы за время (0, *t*) (рис. 4.5.1.2):

A= {БР системы за время (0, *t*)}= $(T_c \geq t)$;

A_1={БР ОЭ за время (0, *t*)}= $(T_0 \geq t)$;

A_2={отказ ОЭ в момент $\tau < t$, $(T_0 < t)$, включение РЭ в момент τ и БР его на интервале $(t-\tau)$ $\tau \in (T_p \geq t)$}. Событие А представляет сумму событий A_1 и A_2

$$A = A_1 \vee A_2 .$$

ВБР системы за время (0, t) будет равна сумме вероятностей событий A_1 и A_2 как несовместных событий

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2), \qquad (4.5.1.1)$$

где $P(A) = P_c(t)$ – ВБР системы на интервале [0, t];

$P(A_1) = P_0(t)$ – ВБР ОЭ на интервале [0, t];

$P(A_2) = P_p(t)$ – ВБР РЭ до момента t, при условии, что ОЭ отказал в момент τ.

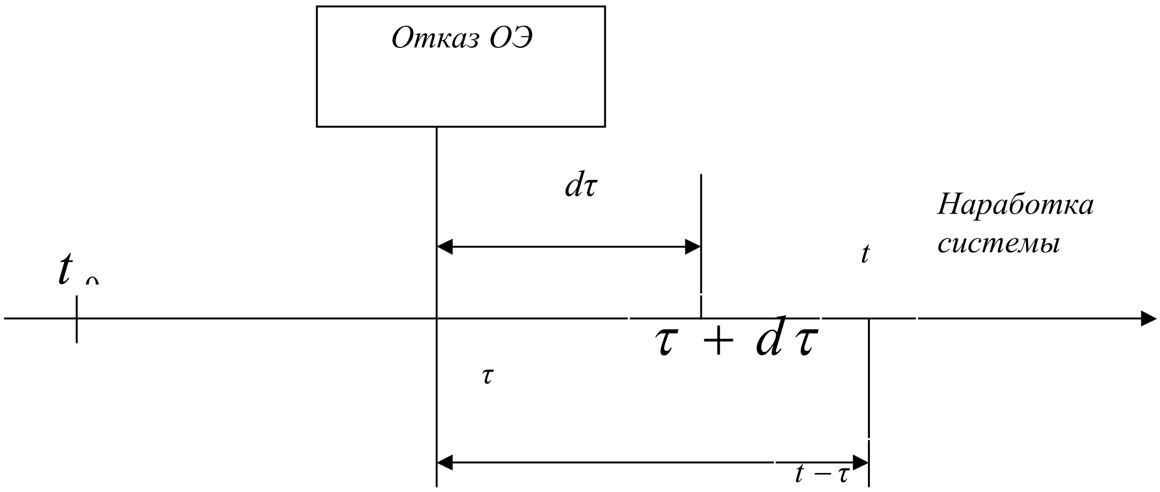


Рис. 4.5.1.2.

При известном законе распределения времени безотказной работы ОЭ вычисление $P_0(t)$ не составляет труда. Рассмотрим определение $P(A_2)$. Для этого событие A_2 разложим на составляющие:

A_{21}={безотказная работа ОЭ до момента τ и его отказ в момент τ, $\tau<t$};

A_{22}={БР РЭ до момента τ – момент включения его в работу};

A_{23}={БР РЭ от τ до t, т.е. на интервале ($t-\tau$)}.

Очевидно, что событие A_2 выполнится при совместном выполнении этих событий

$$A_2 = A_{21} \wedge A_{22} \wedge A_{23}. \qquad (4.5.1.2)$$

Предполагается, что факт отказа ОЭ в момент τ не изменяет закон распределения наработки на отказ РЭ на интервалах [0, τ] и [τ, t], тогда

$$P(A_2) = P(A_{21})P(A_{22})P(A_{23}). \qquad (4.5.1.3)$$

Вероятности правой части выражения (4.5.1.3) определим следующим образом:

1. Примем, что ОЭ безотказно проработал до момента τ и на интервале $(\tau, \tau + d\tau)$ отказал, тогда

$$P(A_{21}) = f_0(\tau)d\tau, 0 \le \tau < t, \qquad (4.5.1.4)$$

где $f_0(\tau)$ – плотность распределения времени наработки на отказ ОЭ.

2. Вероятность $P(A_{22}) = P_p(\tau)$, (4.5.1.5)

3. $P(A_{23}) = P_{раб}(t - \tau)$. (4.5.1.6)

Тогда по формуле полной вероятности, где $P(A_{21})$ – условная вероятность, получим

$$P_p(t) = P(A_2) = \int_0^t P_p(\tau)P_{раб}(t-\tau)f_0(\tau)d\tau, \qquad (4.5.1.7)$$

а ВБР резервируемой системы с облегченным резервом

$$P_c(t) = P_c^0(t) + \int_0^t P_p(\tau)P_{раб}(t-\tau)f_0(\tau)d\tau, \qquad (4.5.1.8)$$

где $P_c(t)$ – вероятность безотказной работы ОЭ на интервале [0, t].

Аналогично ВБР системы, состоящей из n равнонадежных элементов

$$P_c^{(n)}(t) = P_c^{(n-1)}(t) + \int_0^t P_p(\tau)P_{раб}(t-\tau)f_{(n-1)}(\tau)d\tau, \quad (4.5.1.9)$$

где индекс (n – 1) означает, что ВБР и ПР относятся к системе, в которой отказал (n – 1) элемент и включается n-й элемент.

Таким образом формула (4.5.1.9) является рекуррентной, а (4.5.1.8) – начальной (на первом шаге).

При экспоненциальном распределении времени наработки до отказа элементов системы, составляющие $P_c(t)$ (4.5.1.8) или (4.5.1.9), принимают вид

$$P_{\text{р}}(\tau) = \exp(-\lambda_{\text{р}}\tau);$$
$$P_{\text{р}аб}(t-\tau) = \exp(-\lambda_{\text{раб}}(t-\tau));$$
$$f_0(\tau) = \lambda_{\text{раб}}\exp(-\lambda_{\text{раб}}\ \tau);$$
$$P_0(t) = \exp(-\lambda_{\text{раб}}\ t),$$

где $\lambda_{\text{раб}}$ – ИО элементов в рабочем режиме;

$\lambda_{\text{р}}$ – ИО элементов в режиме резерва.

При наличии одного ОЭ и одного РЭ (n = 2) ВБР будет равна

$$P_c^{(2)}(t) = P_0(t) + \int_0^t P_p(\tau)P_{раб}(t-\tau)f_0(\tau)d\tau =$$

$$= \exp(-\lambda_{\text{раб}}t) + \int_0^t \exp\{-\lambda_{\text{раб}}(t-\tau)\}\exp(-\lambda_{\text{раб}}t)\lambda_{\text{раб}}\exp(-\lambda_{\text{р}}\ \tau)d\tau.$$

Проведя преобразования и интегрируя, получим следующее:

$$P_{\text{c}}(t) = \exp(-\lambda_{\text{раб}}t)[1+\lambda_{\text{раб}}\{1-\exp(-\lambda_p t)\}/\lambda_{\text{р}}] =$$
$$\exp(-\lambda_{\text{раб}}t)\left[1+\frac{\lambda_{\text{раб}}}{\lambda_{\text{р}}}\left\{1-\exp(-\lambda_{\text{р}}t)\right\}\right].$$

Для системы из n элементов с экспоненциальным распределением наработки до отказа ВБР

$$P_c^n(t) = P_c^{(n-1)}(t) + \frac{C_{n-1}(t)}{(n-1)!}\exp(-\lambda_{\text{раб}}t)[1-\exp(-\lambda_{\text{р}}t)]^{n-1}, \quad (4.5.1.10)$$

где $C_{n-1}(t) = \prod_{j=0}^{n-2}(j + \lambda_{\text{раб}} / \lambda_p).$

Расчеты для систем с облегченным резервом имеют объективные трудности, поскольку очень трудно учесть, как влияет нагрузка и внешние воздействия на характеристики надежности.

Средняя наработка до отказа системы из n элементов будет равна

$$T_{\text{ос}} = \frac{1}{\lambda_{\text{раб}}}\sum_{j=0}^{n-1}\frac{1}{1 + j\lambda_{\text{р}} / \lambda_{\text{раб}}}. \quad (4.5.1.11)$$

Для практических расчетов систем с облегченным резервированием в случае, если ОЭ имеет экспоненциальное распределение наработки и идентичные резервные элементы

$$P_o(t) = \exp(-\lambda_{\text{раб}}t),$$
$$P_p(t) = \exp(-\lambda_p t),$$

то ВБР системы может быть приближенно определена по формуле [5]

$$P_c(t) \approx 1 - \frac{t\prod_{i=1}^{n}[\lambda_{\text{раб}} + (i-1)\lambda_{\text{р}}]}{n!}, \quad (4.5.1.12)$$

где n – общее количество элементов системы.

Например, при $n = 2$ ($i = 1, 2$)

$$P_c(t) \approx 1 - \frac{t\lambda_{\text{раб}}(\lambda_{\text{раб}} + \lambda_{\text{р}})}{2!}.$$

При $n = 3$ ($i = 1, 2, 3$)

$$P_c(t) \approx 1 - \frac{t\lambda_{\text{раб}}(\lambda_{\text{раб}} + \lambda_{\text{р}})(\lambda_{\text{раб}} + 2\lambda_{\text{р}})}{3!}.$$

4.5.2. Скользящее резервирование

Скользящее резервирование применяется для резервирования систем с большим количеством одинаковых элементов, при этом ***резервный элемент*** может быть включен взамен любого из отказавших основных элементов системы.

Структура системы со скользящим резервированием приведена на рис. 4.5.2.1.

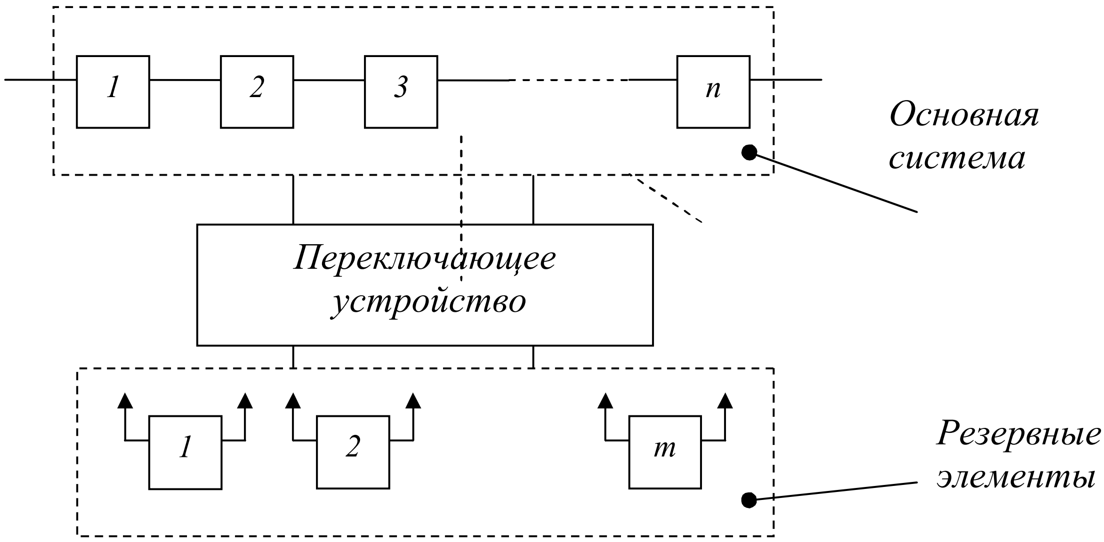


Рис. 4.5.2.1

Основная система n-элементов. Резервная группа m-элементов. Обычно $m < n$, т.е. число резервных элементов меньше числа основных, поэтому скользящее резервирование считается ***активным с дробной кратностью***. Отказ системы наступает в случае, когда число отказавших основных элементов превысит число резервных в предположении, что система имеет последовательную структуру.

Примером может служить организация линий связи, когда имеется одна резервная линия на несколько основных (в практике трех).

Рассмотрим определение ВБР системы с одним резервным элементом на n основных элементов системы (рис. 4.5.2.2).

Допущение: РЭ и n основных элементов системы равнонадежны и РЭ не может отказать до момента его включения в работу.

Известны: $P_i(t) = P(t)$; $\mathrm{P}_{\mathrm{p}}(t)$. Определить $P_c(t)$.

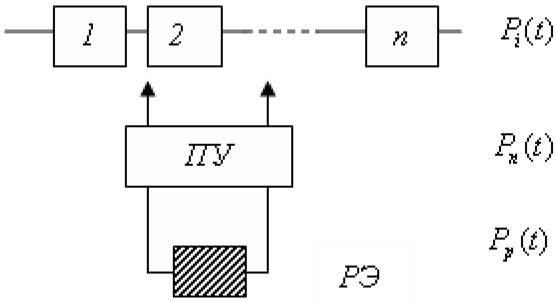


Рис. 4.5.2.2

Получение расчетного выражения для ВБР системы аналогично тому, что было приведено для облегченного резерва:

– выделение возможных состояний системы, при которых она продолжает безотказно работать;

– вычисление вероятностей этих состояний.

События, определяющие ***безотказную работу*** (БР) системы в течение (0, *t*) (рис. 4.5.2.3), таковы:

A = {БР системы за время (0, *t*)};

A_1 = {БР всех $i=\overline{1,n}$ элементов основной системы за время (0, *t*)};

A_2 = {БР системы при условии, что отказал один из n основных элементов при $\tau < t$, переключающее устройство работоспособно – $P_n(t) = 1{,}0$, включение РЭ и БР его на интервале $(t-\tau)$}.

Событие А выполняется при выполнении одного из событий A_1 или A_2 $\quad A = A_1 \vee A_2$.

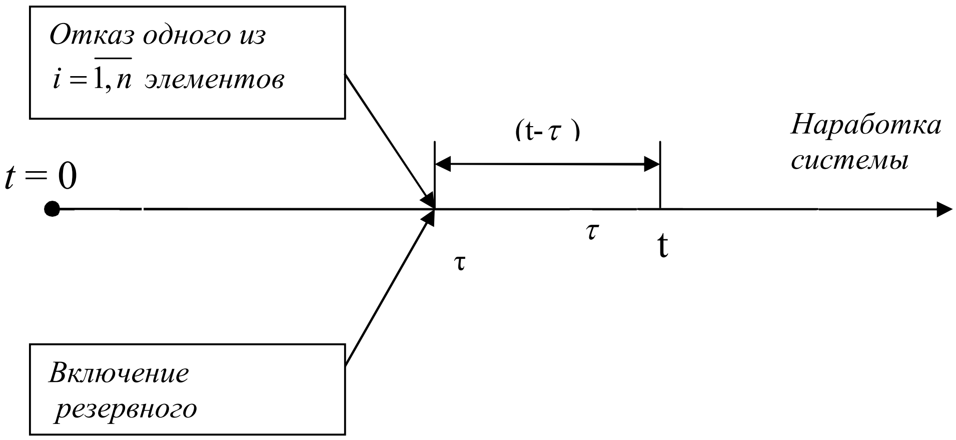


Рис. 4.5.2.3

ВБР системы за время (0, t), если события A_1 и A_2 – несовместные, равна

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2),$$

где $P(A) = P_c(t)$;

$P(A_1) = P_c^1(t) = P_c^0(t) = P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)$ – ВБР основной системы (ОС) в течение времени t, а $P_1(t) = P_i(t) = ... = P_n(t) = P(t)$ – ВБР каждого из $i=\overline{1,n}$ элементов, в течение времени t; тогда $P(A_1) = P^n(t)$;

$P(A_2) = P_c^2(t)$ – ВБР системы при замене одного из отказавших ОЭ резервным.

Для определения вероятности $P(A_2)$ рассмотрим события, составляющие A_2:

A_{21}^1 = {отказ одного (первого из n основных элементов системы при $\tau < t$)};

A_{22}^1 = {БР переключающего устройства (ПУ) до наработки τ – момента включения РЭ};

A_{23}^1 = {БР РЭ после включения его в работу, т.е. на интервале $(t-\tau)$}.

Очевидно, что $A_2^1 = A_{21}^1 \wedge A_{22}^1 \wedge A_{23}^1$, поэтому, если эти события независимые, то $P(A_2^1) = P(A_{21}^1)P(A_{22}^1)P(A_{23}^1)$.

Индекс 1 – отказ 1-го элемента ОС.

Соответствующие вероятности определим по следующему алгоритму:

1. Выделяется бесконечно малый интервал $[\tau, \tau + d\tau]$ и определяется ВО ОЭ в интервале $[\tau, \tau + d\tau]$

$$P(t \in [\tau, \tau + d\tau]) = f(\tau)d\tau.$$

2. ВБР ПУ до момента отказа одного из элементов ОС равна $P_П(\tau)$.

3. ВБР РЭ с момента его включения, т.е. за интервал $(t-\tau)$: $P_p(t-\tau)$.

Тогда ВБР системы в течение времени $[t-\tau]$ при отказе первого элемента ОС равна

$$f(\tau)d\tau P_П(\tau)P_p(t-\tau).$$

Интегрируя по всем τ от 0 до t, определим ВБР системы при условии, что первый из n основных элементов отказал

$$\int_0^t f(\tau)P_П(\tau)P_p(t-\tau)d\tau = P(A_2^1).$$

Аналогичные рассуждения можно провести для каждого из n элементов ОС. После отказа одного из элементов, $n-1$ элементов должны остаться работоспособными. Поскольку событие A_2, заключающееся в БР системы, подразумевает БР при отказе любого из n элементов ОС, то его можно рассматривать, как

$$A_2 = \sum_{i=1}^{n} A^{n-1} \wedge A_2^i = A^{n-1} \sum_{i=1}^{n} A_2^i,$$

где $i = \overline{1, n}$;

A^{n-1} – событие, заключающееся в БР оставшихся $(n-1)$ элементов ОС;

A_2^i – БР системы при отказе i-го элемента (не только первого) ОС.

Тогда, если события A^{n-1} и A_2^i несовместные и независимые, то

$$P(A_2) = P\{\sum_{i=1}^{n} A^{n-1} A_2^i\} = \sum_{i=1}^{n} P(A^{n-1}) P(A_2^i) =$$

$$= P(A^{n-1}) \sum_{i=1}^{n} P(A_2^i),$$

где $P(A^{n-1}) = P_1^{n-1}(t)$; $P(A_2^i) = \int_0^t P_П(\tau) P_p(t-\tau) f(\tau) d\tau.$

Поэтому ВБР системы при отказе i-го элемента ОС в предположении, что они все имеют одинаковую надежность, будет равна

$$P(A_2) = P_2(A) = \sum_{i=1}^{n} P_1^{n-1}(t) \int_0^t f(\tau) P_П(\tau) P_p(t-\tau) d\tau =$$

$$= nP^{n-1}(t) \int_0^t f(\tau) P_П(\tau) P_p(t-\tau) d\tau.$$

Окончательно ВБР системы со скользящим резервом определяется по формуле

$$P_c(t) = P_1(t) + P_2(t) = P^{n-1}(t)[P(t) + n\int_0^t f(\tau) P_П(\tau) P_p(t-\tau) d\tau].$$

При экспоненциальном распределении наработки до отказа основных и резервных элементов $P(t) = \exp(-\lambda t)$, а также переключающего устройства, ВБР систем

$$P_c(t) = [1 + n\frac{\lambda_0}{\lambda_П}(1 - \exp(-\lambda_П t))] \exp(-n\lambda_0 t),$$

где λ_0 – ИО основных и резервного элементов;

$\lambda_П$ – ИО переключающего устройства.

Показатель эффективности резервирования:

$$V_p = P_c(t) / P_o(t) = 1 + n\frac{\lambda_0}{\lambda_П}(1 - \exp(-\lambda_П t)),$$

где $P_о(t) = \exp(-n\lambda_0 t)$ – ВБР основной системы.

4.6. Зависимость надежности системы от кратности резервирования

При целой кратности k $\left(r = 1, n = k + 1\right)$ для системы с идентичными элементами и экспоненциальной наработкой до отказа

— ВБР системы

$$P_c\left(t\right) = 1 - \left(1 - \exp\left(-\lambda t\right)\right)^{k+1}; \qquad (4.6.1)$$

— ПРО системы

$$f_c\left(t\right) = -dP_c\left(t\right)/dt = \left(k+1\right)\lambda\left(1 - \exp\left(-\lambda t\right)\right)^k \exp\left(-\lambda t\right); \qquad (4.6.2)$$

— ИО системы

$$\lambda_c\left(t\right) = f_c\left(t\right)/P_c\left(t\right) = \frac{\left(k+1\right)\lambda\left(1 - \exp\left(-\lambda t\right)\right)^k \exp\left(-\lambda t\right)}{1 - \left(1 - \exp\left(-\lambda t\right)\right)^{k+1}}. \qquad (4.6.3)$$

Полагая элементы системы высоконадежными, т. е. $\lambda t << 1$ $\left(P\left(t\right) \approx 1 - \lambda t\right)$, получены упрощенные выражения [5]:

— ВБР системы

$$P_c\left(t\right) \approx \left(1 - \left(\lambda t\right)\right)^{k+1};$$

— ПРО системы

$$f_c\left(t\right) \approx \left(k+1\right)\lambda^{k+1} t^k;$$

— ИО системы

$$\lambda_c(t) \approx \frac{(k+1)\lambda^{k+1}t^k}{\left(1-(\lambda t)\right)^{k+1}}.$$

Но поскольку $\lambda t << 1$, то $(\lambda t)^{k+1} \to 0$, поэтому ИО системы

$$\lambda_c(t) \approx (k+1)\lambda^{k+1}t^k = n\lambda^n t^{n-1},$$

где $n = k+1$.

Полученное выражение $\lambda_c(t)$ свидетельствует о том, что при $\lambda = const$ элементов, ИО системы зависит от наработки, т. е. распределение наработки до отказа системы не подчиняется экспоненциальному распределению.

На рис. 4.6.1 приведены зависимости изменения $P_c(\lambda t)$ и $\lambda_c/\lambda(\lambda t)$, из которых следует, что:

— увеличение кратности резервирования k повышает надежность (P_c возрастает, $\lambda_c/\lambda \to 0$);

— резервирование наиболее эффективно на начальном участке работы системы (при $t \le T_0$), т. е.

$$\lim_{t\to 0}\lambda_c(t) = 0; \qquad \lim_{t\to\infty}\lambda_c(t) = \lambda = 1/T_0.$$

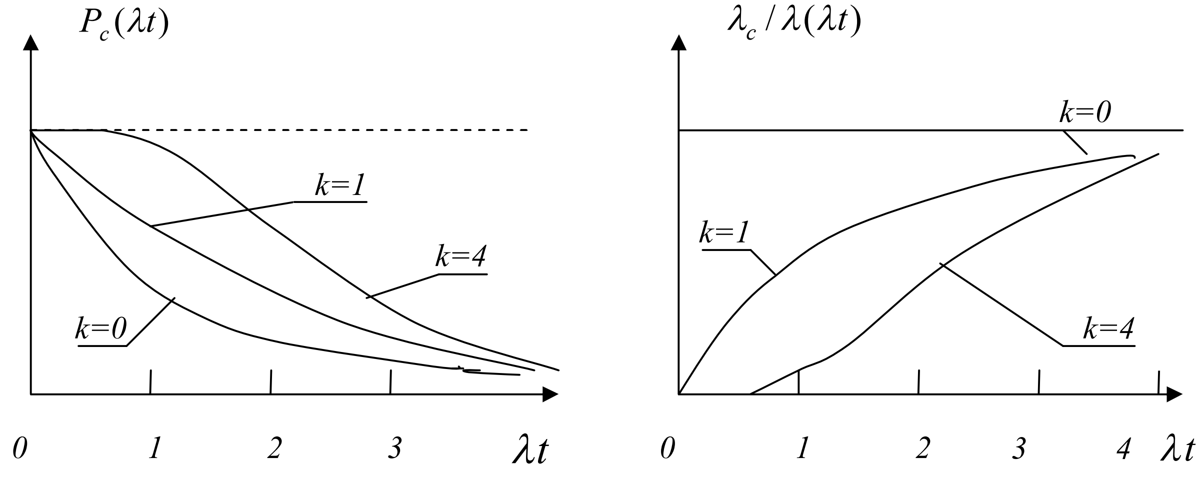


Рис. 4.6.1

Из графика $\lambda_c / \lambda(\lambda t)$ видно, что при $\lambda t > 4$ λ_c приближается к λ.

Поскольку средняя наработка до отказа системы при идентичных элементах $(\lambda = const)$

$$T_{oc} = 1/\lambda \sum_{i=1}^{n} (1/i) = 1/\lambda \sum_{i=1}^{k+1} (1/i) = 1/\lambda \left(1 + 1/2 + ... + 1/(k+1)\right), \quad (4.6.4)$$

то выигрыш в средней наработке T_{oc} снижается по мере увеличения кратности резервирования.

Пример 4.6.1. При $k = 1$ $\quad T_{oc} = T_o(1 + 1/2) = 3/2T_o$ *(увеличение* T_{0c} *на 50%);*

при $k = 2$ $\quad T_{oc} = T_o(1 + 1/2 + 1/3) = 11/6T_o$ *(увеличение* T_{oc} *на 83%);*

при $k = 3$ $\quad T_{oc} = 25/12T_o$ *(увеличение* T_{oc} *на 108%).*

Таким образом, динамика роста T_{oc} составляет: 50, 33 и 25%, т. е. уменьшается.

Для более наглядного представления выигрыша в надежности при использовании общего нагруженного резервирования с целой кратностью рассмотрим различные схемы и построим график зависимости.

Пример 4.6.2. Рассмотрим резервирование системы для двух элементов с надежностями $P_1(t)$, $P_2(t)$.

а) Пусть

$P_1(t) = 0,84$;

$P_2(t) = 0,8$.

1) основная цепь без резервирования (рис. 4.6.2)

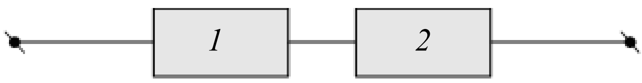


Рис. 4.6.2

по формуле (3.1.3)
$P_c^0(t) = 0,672$;

2) цепь с одной ветвью (рис. 4.6.3)

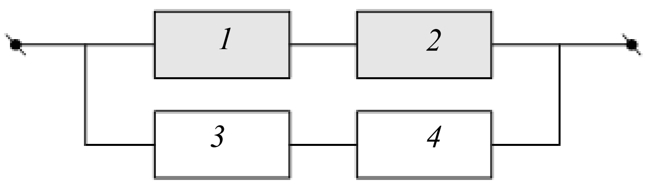


Рис. 4.6.3

Пусть надежности элементов «3» и «4» равны соответственно надежностям элементов «1» и «2», тогда по формуле (3.2.5)
$P_c^1(t) = 0,892$;

3) цепь с двумя ветвями (рис. 4.6.4)

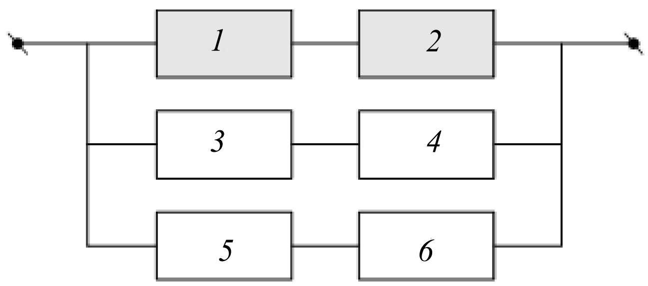


Рис. 4.6.4

$P_c^2(t) = 0,965$;

4) цепь с тремя ветвями (рис. 4.6.5)

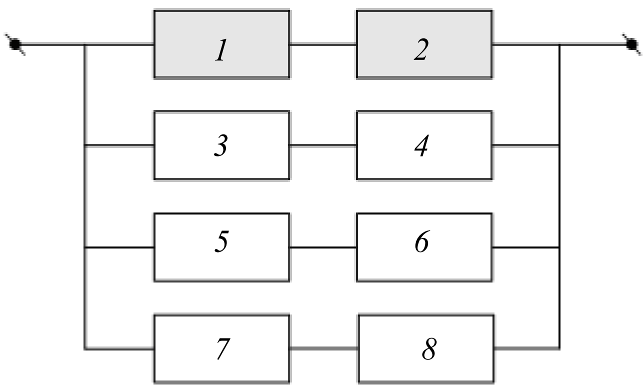


Рис. 4.6.5

$P_c^3(t) = 0,988$.

Аналогичные вычисления проведены и при других значениях $P_1(t)$ и $P_2(t)$. Результаты вычислений сведены в табл. 4.6.1 и построены графики (рис. 4.6.6)

Таблица 4.6.1

№ опыта	$P_1(t)$	$P_2(t)$	P^o_c	P^1_c	P^2_c	P^3_c
а	0,84	0,8	0,672	0,892	0,965	0,988
б	0,84	0,86	0,772	0,948	0,994	0,994
в	0,92	0,89	0,819	0,967	0,994	0,998
г	0,94	0,96	0,902	0,99	0,999	0,9999

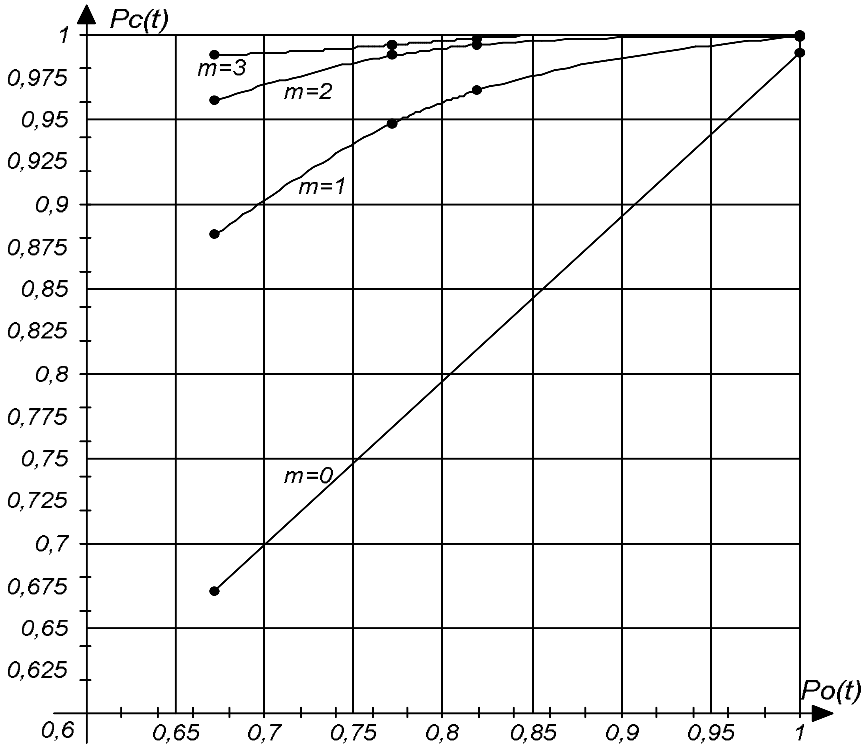


Рис. 4.6.6

На рис. 4.6.6:

$m = 0$ – последовательное соединение;

$m = 1$ – одна резервная ветвь;

$m = 2$ – две резервные ветви;

$m = 3$ – три резервные ветви.

Из рис. 4.6.6 видно, что если $P_c^0(t) < 0,8$, то при $m > 1$ просматривается существенное приращение надежности $P_c(t)$.

Однако с ростом надежности основной цепи $P_0(t)$ эффективность применения нескольких резервных ветвей резко снижается. Если надежность основной цепи $P_0(t) < 0{,}95$, то заметный прирост $P_c(t)$ получаем только при включении одной резервной цепи.

4.7. Определение целесообразной кратности резервирования

Рассмотрим систему с m-кратным резервированием. Резерв нагруженный (рис. 4.7.1).

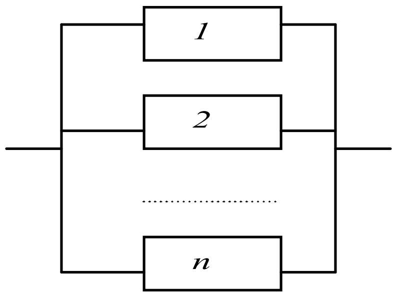


Рис. 4.7.1

Резервные элементы идентичны основному. Тогда вероятность безотказного функционирования такой системы равна

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - P_1(t)\right]^{m+1}, \tag{4.7.1}$$

$n = m+1,\ m = 0,1,2,\ldots,n-1;$

где $P_1(t)$ – вероятность безотказного функционирования одного элемента.

Исследования таких структур показывает, что с увеличением m (кратности резервирования) надежность системы растет не пропорционально (рис. 4.7.2). Так, среднее время наработки на отказ системы равно

$$T_{cp} = T_1(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{m}). \tag{4.7.2}$$

В свою очередь стоимость резервирования так же увеличивается с ростом m. Дело в том, что в стоимость резервирования входят не только затраты на резервные элементы, но и стоимость необходимого монтажного оборудования, изменения конструкции системы, введения дополнительных контролирующих и управляющих элементов и т. п.

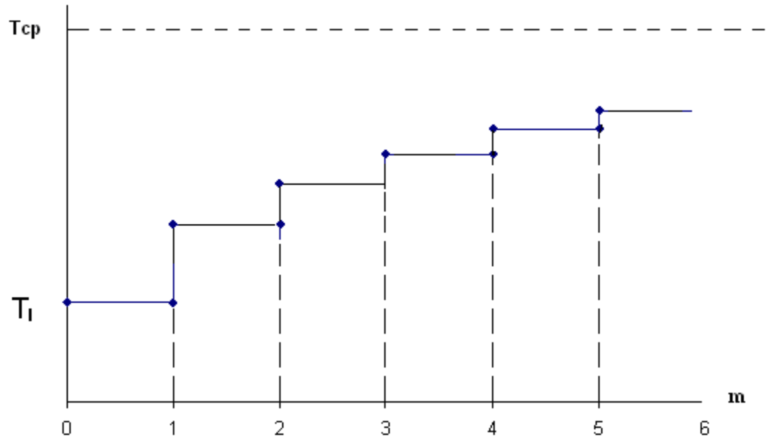


Рис. 4.7.2

Изменение конструкции может приводить к скачкообразному возрастанию стоимости системы (рис. 4.7.3)

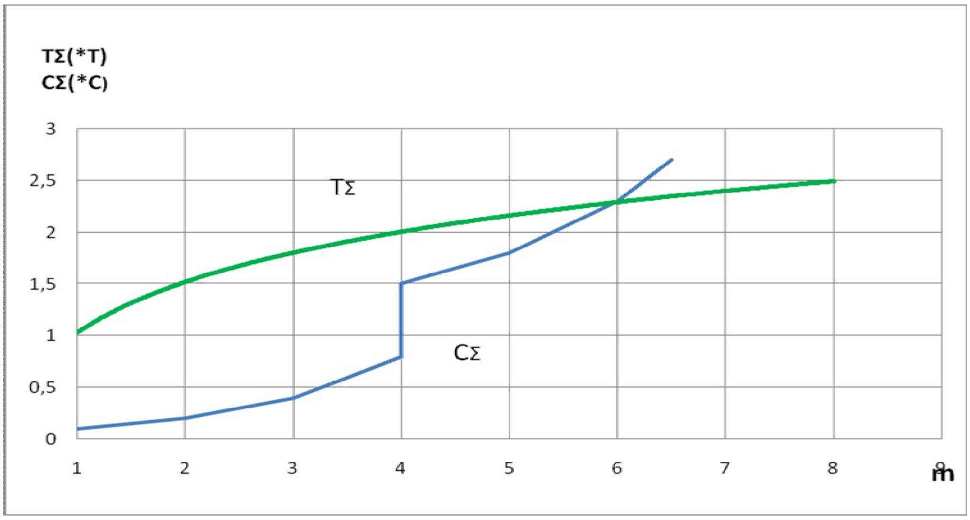


Рис. 4.7.3

Чаще всего для оценки отдачи вкладываемых затрат применяют показатели относительного изменения [10]:

– относительное приращение надежности на вложенные затраты

$$E_1 = \frac{T_{cp}{}^2 - T_{cp}{}'}{C_\Sigma{}^2 - C_\Sigma{}'};$$

– относительные затраты на единицу прироста надежности

$$E_2 = \frac{C_\Sigma{}^2 - C_\Sigma{}'}{T_{cp}{}^2 - T_{cp}{}'}.$$

Характер таких зависимостей от m показан на рис. 4.7.4

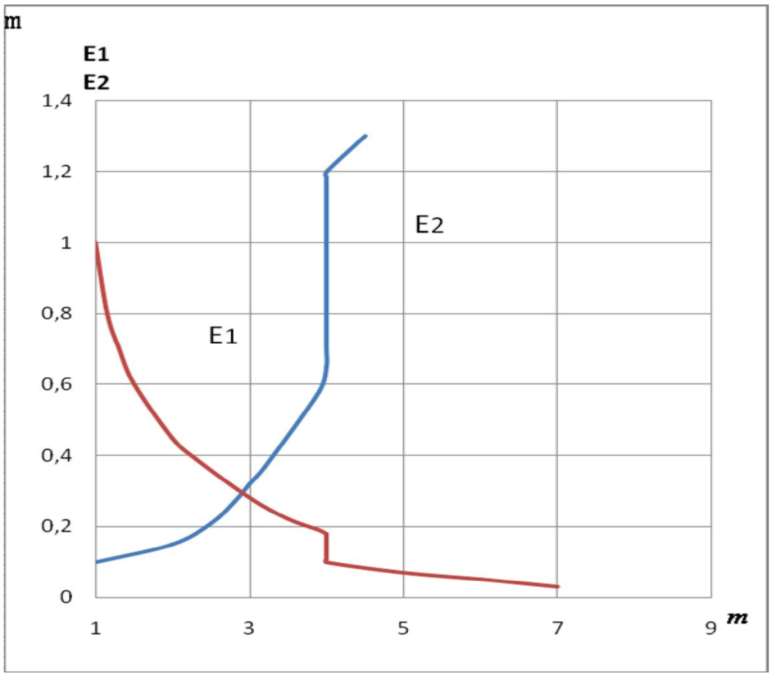


Рис. 4.7.4

В данном примере видно, что резервирование с кратностью $m > 3$ экономически нецелесообразно, так как при этом происходит скачкообразное увеличение стоимости изделия, а относительная стоимость единицы надежности увеличивается почти в 2 раза.

В настоящее время разработано и применяется большое количество методик определения целесообразного уровня кратности резервирования.

Рассмотрим некоторые из них.

1. Простейший подход основывается на использовании формулы (4.7.1)

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - P_1^n(t)\right]^{m+1}. \qquad (4.7.3)$$

Если задан требуемый уровень надежности системы $P_c^{mp}(t)$, то

$$P_c^{mp}(t) \le 1 - (1 - P_1^n(t))^{m+1};$$

$$P_c^{mp}(t) - 1 \le -(1 - P_1^n(t))^{m+1}.$$

Проведем преобразования

$$1 - P_c^{mp}(t) \ge (1 - P_1^n(t))^{m+1}.$$

Прологарифмируем обе части этого неравенства и определим требуемую величину m

$$\ln(1 - P_c^{mp}(t)) \ge (m+1)\ln(1 - P_1^n(t)).$$

Откуда

$$m = \frac{\ln[1 - P_c^{mp}(t)]}{\ln[1 - P_1^n(t)]} - 1. \qquad (4.7.4)$$

Так, например, если система состоит из $n = 10$ последовательно соединенных элементов и $P_1 = 0,9;\ P_c^{mp} = 0,95$, то

$$m = \frac{\ln(1 - 0,95)}{\ln(1 - 0,9^{10})} - 1 = \frac{\ln 0,05}{\ln 0,65} - 1 \approx 6,0.$$

Следовательно, при нагруженном резервировании системы, состоящей из 10 элементов, необходимо для достижения общей надежности 0,95 – 6 резервных систем, т. е. в общей сложности 6·10=60 элементов. Это было рассмотрено системное резервирование.

2. Оценим кратность резервирования при поэлементном резервировании (рис. 4.7.5).

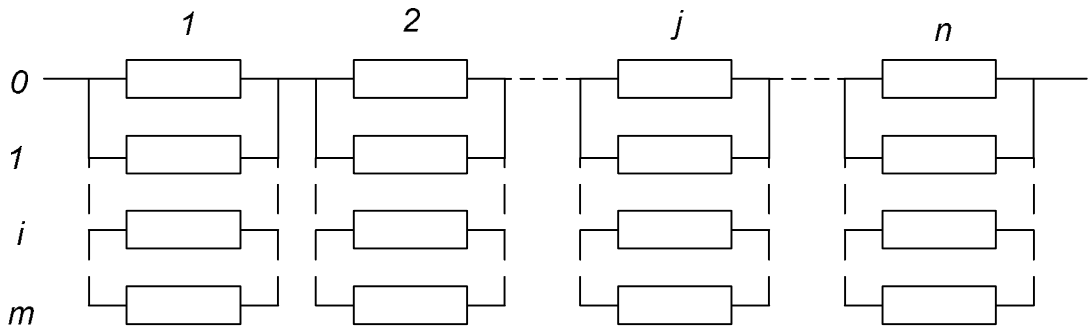


Рис. 4.7.5

В этом случае вероятность безотказного функционирования системы будет равна

$$P_c^{mp}(t) = \left[1 - \left(1 - P_1(t)\right)^{m+1}\right]^n.$$

Откуда

$$\sqrt[n]{P_c^{mp}} - 1 = -(1 - P_1(t))^{m+1};$$

$$1 - \sqrt[n]{P_c^{mp}} = (1 - P_1(t))^{m+1};$$

$$m = \frac{\ln\left(1 - \sqrt[n]{P_c^{mp}}\right)}{\ln(1 - P_1(t))} - 1.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$m \geq \frac{\ln(1 - \sqrt[10]{0{,}95})}{\ln(1 - 0{,}9)} - 1 \approx 2{,}0.$$

Таким образом при поэлементном резервировании для достижения требуемой надежности системы потребуется дополнительно 20 элементов, что существенно меньше необходимых 60 при системном резервировании. Более того, 2 резервных элемента обеспечат уровень надежности выше 0,95 (рис. 4.7.6).

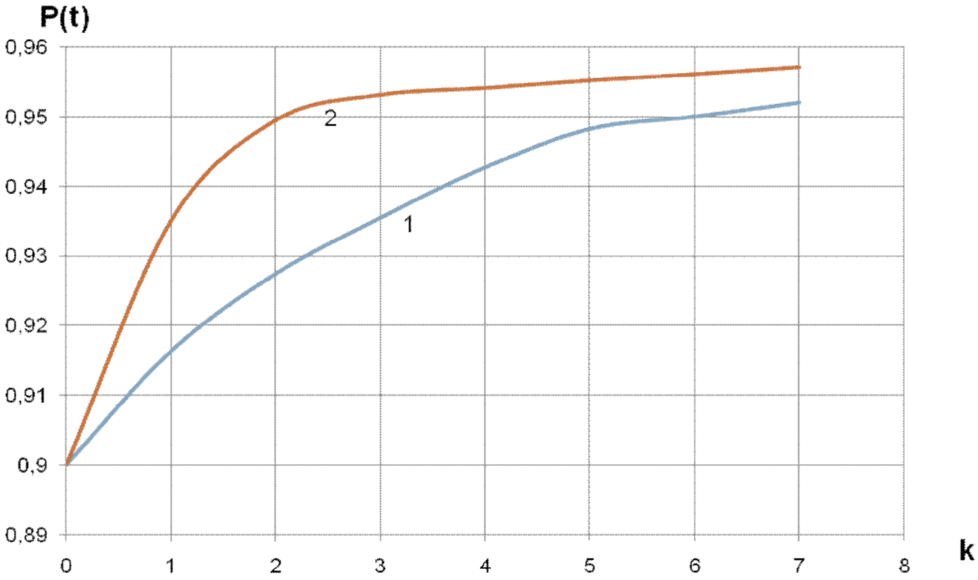


Рис. 4.7.6

Здесь 1 – изменение $P_c(t)$ при системном резервировании;

2 – изменение $P_c(t)$ при поэлементном резервировании.

3. Определим кратность резервирования с учетом стоимости элементов.

Пусть $P_1(C_э)$ – вероятность безотказного функционирования одного элемента; $C_э$ – стоимость одного элемента.

Если на повышение надежности системы выделено C_0 средств, то можно приобрести $\left]\frac{C_0}{C_э}\right[$ элементов для резервирования. Тогда вероятность безотказного функционирования системы

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_1(C_э))^{\left]\frac{C_0}{C_э}\right[}, \tag{4.7.5}$$

где $]\text{–}[$ – целая часть.

Определим оптимальную стоимость одного элемента, при котором вероятность $P_c(t)$ достигает максимума, т. е.

$$C_э^* : \max_{C_э} P_c(t). \tag{4.7.6}$$

Составим следующее уравнение:

$$\frac{dP_c(t)}{dC_э} = 0 \qquad (4.7.7)$$

и разрешим его относительно $C_э^*$.

Величину $P_c(t)$ можно представить в следующем виде [11]:

$$1 - \left[1 - P_1(C_э)\right]^{\frac{C_0}{C_э}} = e^{\ln\left[1 - P_1(C_э)\right]\frac{C_0}{C_э}}. \qquad (4.7.8)$$

Тогда

$$\frac{dP(C_э)}{dC_э} = e^{\ln\left[1-\left(1-P_1(C_э)\right)\right]\frac{C_0}{C_э}} \times$$

$$\times\left[\frac{1}{1-\left(1-P_1\left(C_э\right)\right)}\frac{dP_1\left(C_э\right)}{dC_э}\frac{C_0}{C_э} + \ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э\right)\right)\right]\left(-\frac{C_0}{C_э^{\,2}}\right)\right] =$$

$$= \left[1-\left(1-P_1\left(C_э\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э}}\right]\left[\frac{\frac{dP_1\left(C_э\right)}{dC_э}\frac{C_0}{C_э}}{1-\left(1-P_1\left(C_э\right)\right)} + \ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э\right)\right)\right]\left(-\frac{C_0}{C_э^{\,2}}\right)\right]. \qquad (4.7.9)$$

Подставим (4.7.9) в (4.7.7) и обозначим C^* – оптимальное значение (решение уравнения (4.7.7))

$$\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\left[\frac{\frac{dP_1\left(C_э^*\right)}{dC_э^*}\frac{C_0}{C_э^*}}{1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)} + \ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]\left(-\frac{C_0}{(C_э^*)^2}\right)\right] = 0.$$

Разделим обе части равенства на $\frac{C_0}{(C_э^*)^2}$, тогда

$$\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\left[\frac{\dfrac{dP_1\left(C_э^*\right)}{dC_э^*}C_э^*}{1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)}-\ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]\right]=0,$$

или

$$\frac{\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\dfrac{dP_1\left(C_э^*\right)}{dC_э^*}C_э^*}{1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)}= \tag{4.7.10}$$
$$\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right].$$

Разрешим это уравнение относительно $C_э^*$:

$$C_э^*=\frac{\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]\ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]}{\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)^{\frac{C_0}{C_э^*}}\right]\dfrac{dP_1\left(C_э^*\right)}{dC_э^*}}=$$

$$=\frac{\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]\ln\left[1-\left(1-P_1\left(C_э^*\right)\right)\right]}{\dfrac{dP_1\left(C_э^*\right)}{dC_э^*}}.$$

Анализ этого выражения показывает, что оптимальная стоимость одного резервного элемента не зависит от объёма общих затрат, выделяемых на повышение надежности системы, а зависит только от функции $P_1(C_э)$. Исследования показывают, что эта зависимость имеет экспоненциальный характер:

$$P_1\left(C_э\right)=1-e^{-aC_э}, \tag{4.7.11}$$

где a – аппроксимирующий коэффициент, учитывающий особенности конкретной системы.

С учетом (4.7.11) получим

$$C_э^* = \left[1-\left(x-x+e^{-aC_э}\right)\right]\ln\left[1-\left(x-x+e^{-aC_э}\right)\right]\frac{1}{-ae^{-aC_э}} =$$

$$=\left(1-e^{-aC_э}\right)\ln\left(1-e^{-aC_э}\right)\frac{1}{-ae^{-aC_э}} \qquad (4.7.12)$$

Характер зависимости (4.7.12) показан на рис. 4.7.7.

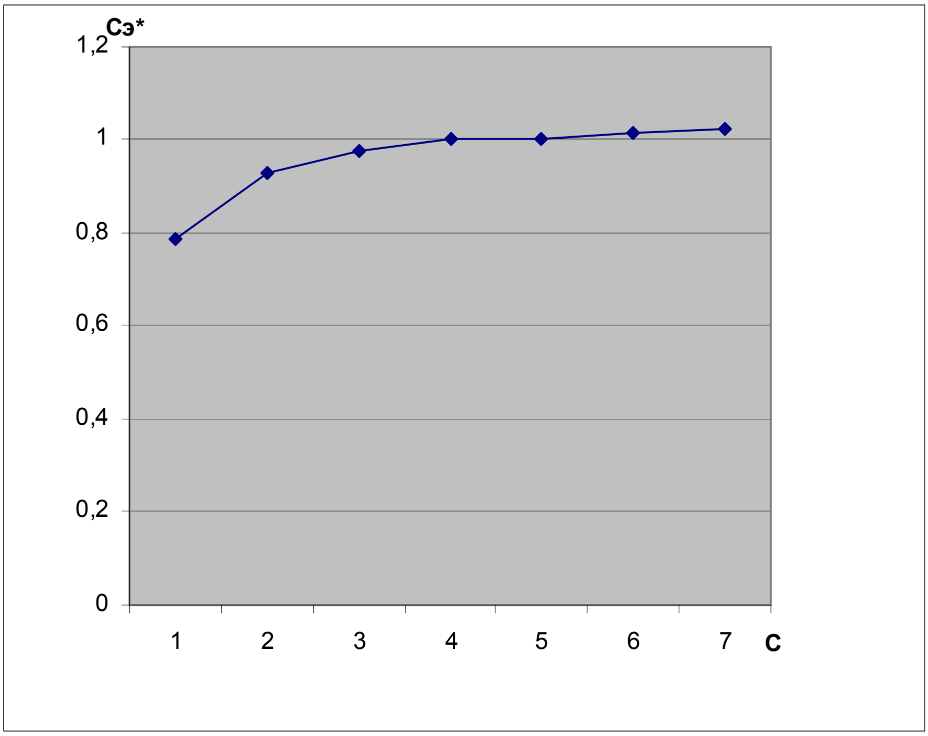


Рис. 4.7.7

4.8. РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 4.8.1. Система состоит из 10 равнонадежных элементов, среднее время безотказной работы элемента $m_T = 1000$ ч. Время безотказного функционирования элементов подчиняется показательному распределению. Основная и резервная системы равнонадежны. Оценить вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$, среднее время безотказной работы системы m_{T_c} и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$ за время t = 50 ч в следующих случаях:

а) система нерезервированна, элементы соединены последовательно;

б) система дублирована, резерв ненагруженный.

Решение:

а) в соответствии с (3.1.8) и (3.1.9)

$$P_c(t) = e^{-\Lambda_c t}, \quad \Lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i, \qquad m_{T_c} = \frac{1}{\Lambda_c},$$

подставляя численные значения, получим

$$\Lambda_c = n\lambda = 10\frac{1}{1000} = 10^{-2} \ {}^{1}\!/_{ч};$$

$$m_{Tc} = \frac{1}{10^{-2}} = 100 \ ч;$$

$$P_c(50) = e^{-10^{-2}\cdot 50} = e^{-0,5} = 0,606;$$

б) в этом случае схематично систему можно представить в виде (рис. 4.8.1), $m = 1$.

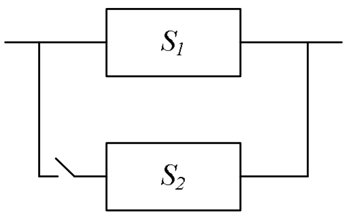


Рис. 4.8.1

Тогда согласно (4.4.7)

$$P_c^D(t) = e^{-\Lambda_c t}(1+\Lambda_c t),\ m=1,$$

а

$$f_c(t) = -\frac{dP_c^D(t)}{dt} = -\left[-\Lambda_c e^{-\Lambda_c t}(1+\Lambda_c t) + \Lambda_c e^{-\lambda_c t}\right] = \Lambda_c^2 t e^{-\Lambda_c t},$$

по (4.4.8)

$$m_{T_c} = n m_T$$

и

$$\Lambda_c^D = \frac{f_c(t)}{P_c^D(t)} = \frac{\Lambda_c^2 t e^{-\Lambda_c t}}{e^{-\Lambda_c t}(1+\Lambda_c t)} = \frac{\Lambda_c^2 t}{(1+\Lambda_c t)}.$$

Подставляя числовые значения параметров, получим

$$m_{Tc} = 2\cdot 100 = 200\ ч;$$

$$\Lambda_c^D = \frac{10^{-4}\cdot 50}{1+10^{-2}\cdot 50} = \frac{0,5\cdot 10^{-2}}{1+0,5} = \frac{0,5}{1,5}\cdot 10^{-2} \approx 0,33\cdot 10^{-2};$$

$$P_c^D(50) = e^{-10^{-2}\cdot 50}\left(1+10^{-2}\cdot 50\right) = e^{-0,5}(1+0,5) = 0,606\cdot 1,5 = 0,909.$$

Пример 4.8.2. Радиопередатчик имеет интенсивность отказов $\lambda_0 = 0,4\cdot 10^{-3}$ 1/ч. Его дублирует такой же передатчик, находящийся до отказа основного передатчика в режиме ожидания (в режиме облегченного резерва). В этом режиме интенсивность отказов передатчика $\lambda_1 = 0,06\cdot 10^{-3}$ 1/ч. Оценить вероятность безотказной работы передающей системы в течение времени $t=100$ ч $P_c(t)$, а также среднее время безотказной работы m_{T_c}, частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$.

Решение. В рассматриваемом случае кратность резервирования $m = 1$. Используя формулу (4.5.1.10), получим

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left[\sum_{i=1}^{1}\frac{a_i}{i!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^i\right] = e^{-\lambda_0 t}\left[1+a_1\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)\right];$$

где $a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)$; $\quad a_1 = \prod_{j=0}^{0}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right) = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}$

$$\lambda_0 = \lambda_{раб}, \quad \lambda_1 = \lambda_p.$$

Тогда

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Подставляя числовые значения, получим

$$P_c(100) = e^{-0,4\cdot 10^{-3}\cdot 100}\left(1+\frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,06\cdot 10^{-3}}-\frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,06\cdot 10^{-3}}e^{-0,06\cdot 10^{-3}\cdot 100}\right) =$$

$$= e^{-0,04}\left(1+\frac{40}{60}-\frac{40}{60}e^{-0,006}\right) \approx 0,96\left[1+6,67-6,67\left(1-0,006\right)\right] \approx 0,998.$$

По формуле (4.5.1.11) определим m_{T_c}

$$m_{Tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m-1}\frac{1}{1+ik};$$

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0};$$

$$m_{Tc}=\frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}}=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{1}{1+\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}}\right)=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_0+\lambda_1}\right)=$$

$$=\frac{1}{0,4\cdot 10^{-3}}\left(1+\frac{0,4\cdot 10^{-3}}{0,46\cdot 10^{-3}}\right)=4668\ \textit{ч}.$$

Так как

$$\Lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{P_c(t)},$$

то найдём

$$f_c(t)=-\frac{dP_c(t)}{dt},$$

$$f_c(t)=-\frac{dP_c(t)}{dt}=-\left[-\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)+e^{-\lambda_0 t}\lambda_0 e^{-\lambda_1 t}\right]=$$

$$=\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_1 t}\right]=\lambda_0\frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Перепишем

$$P_c(t)=\frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Подставляя $f_c(t)$ и $P_c(t)$ в $\Lambda_c(t)$, получим

$$\Lambda_c = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)}{1-\frac{\lambda_0}{\lambda_0+\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}} = \frac{0,4\cdot10^{-3}\left(1-e^{0,06\cdot10^{-3}\cdot10^2}\right)}{1-\frac{0,4\cdot10^{-3}}{0,4\cdot10^{-3}+0,06\cdot10^{-3}}e^{0,06\cdot10^{-3}\cdot10^2}} =$$

$= 0,0000024.$

Пример 4.8.3. Вероятность безотказной работы преобразователя постоянного тока в переменный в течение времени $t = 1000$ ч равна 0,95, т. е. $P(1000) = 0,95$. Для повышения надежности системы электроснабжения на объекте имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого (режим ненагруженного резерва). Требуется рассчитать вероятность безотказной работы $P_c(t)$ и среднее время безотказной работы системы m_{T_c}, состоящей из двух преобразователей, а также определить частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$ системы.

Решение. В рассматриваемом случае кратность резервирования $m = 1$. Используя формулу (4.4.7), получим

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1+\lambda_0 t).$$

Так как для отдельного преобразователя имеет место экспоненциальный закон надежности, то

$$P(t) = e^{-\lambda_i t},$$

где P(t) – вероятность безотказной работы преобразователя; λ_0 – интенсивность отказов преобразователя в состоянии работы.

$$P(1000) = e^{-\lambda_0\cdot1000} = 0,95.$$

Следовательно

$$\lambda_0 \cdot 1000 = 0,051,$$

откуда

$$\lambda_0 = \frac{0,051}{1000} \approx 0,5 \cdot 10^{-4} \ \ {}^{1}\!/_{ч}.$$

Тогда

$$P_c\left(1000\right) = 0,95\left(0 + 0,05\right) = 0,9975.$$

Определим m_{T_c}

$$m_{Tc} = \frac{m+1}{\lambda_0} = \frac{2}{0,5 \cdot 10^{-4}} = 40000 \ \ ч.$$

Отметим, что среднее время безотказной работы нерезервированного преобразователя равно

$$m_{Tc} = \frac{1}{\lambda_0} = 20000 \ \ ч.$$

Определим частоту отказов $f_c\left(t\right)$ по формуле

$$f_c\left(t\right) = \frac{\lambda_0^2}{1!} t e^{-\lambda_0 t} = \lambda_0^2 t e^{-\lambda_0 t}.$$

Определим $\Lambda_c\left(t\right)$.

$$\Lambda_c\left(t\right) = \frac{f_c\left(t\right)}{P_c\ \left(t\right)} = \frac{\lambda_0^2 t e^{-\lambda_0 t}}{e^{-\lambda_0 t}\left(1 + \lambda_0 t\right)} = \frac{\lambda_0^2 t}{1 + \lambda_0 t}.$$

Пример 4.8.4. Приемник состоит из трех блоков: УВЧ, УПЧ и УНЧ. Интенсивности отказов этих блоков соответственно равны: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_2 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Оценить вероятность безотказного функционирования приемника в течение 100 ч для следующих случаев (рис. 4.8.2):

а) резерв отсутствует;

б) имеется общее дублирование приемника в целом;

в) имеется поэлементное дублирование.

Решение 1. Согласно (3.1.5)

$$P_c^{(1)}(t) = e^{-\sum_{i=1}^{3}\lambda_i t} = \exp\left[-\left(4 \cdot 10^{-4} + 2,5 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4}\right)10^2\right] =$$

$$= \exp\left(-9,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2\right) = \exp\left(-0,095\right) \approx 0,905.$$

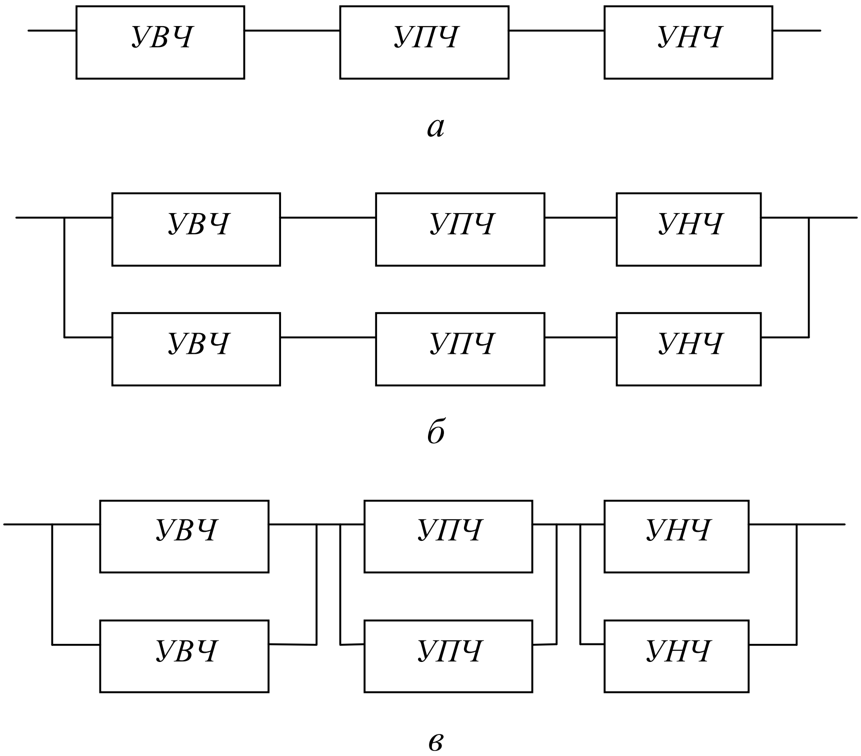


Рис. 4.8.2

2. Для оценки надежности дублированной системы воспользуемся (3.2.5):

$$P_c^{(2)} = 1 - \left(1 - P_c'(t)\right)^2 = 1 - (1 - 0,905)^2 = 1 - 0,095^2 = 0,99098.$$

3. Структура на рис. 4.8.2в представляет собой последовательное соединение трех параллельных блоков. Следовательно

$$P_c^{(3)} = \prod_{i=1}^{3}\left(1 - \left(1 - P_i(t)\right)^2\right) = \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^2\right)\left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)^2\right)\left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_3 t}\right)^2\right) =$$

$$= \left(1 - \left(1 - e^{-4\cdot 10^{-4}\cdot 10^2}\right)^2\right)\left(1 - \left(1 - e^{-2,5\cdot 10^{-4}\cdot 10^2}\right)\right)\left(1 - \left(1 - e^{-3\cdot 10^{-4}\cdot 10^2}\right)^2\right) =$$

$$= \left(1 - \left(1 - e^{-0,04}\right)^2\right)\left(1 - \left(1 - e^{-0,025}\right)^2\right)\left(1 - \left(1 - e^{-0,03}\right)^2\right) =$$

$$= (1 - 0,0016)(1 - 0,000625)(1 - 0,0009) = 0,9984 \cdot 0,999375 \cdot 0,9991 = 0,99688.$$

Анализ полученных результатов показывает, что

$$P_c^{(1)}(t) < P_c^{(2)}(t) < P_c^{(3)}(t),$$

т. е. поэлементное дублирование дает приращение показателя надежности

$$\Delta P^{(1)}(t) = 0,092;$$

а

$$\Delta P^{(2)}(t) = 0,0059.$$

В зависимости от технической реализуемости и стоимости того или другого способа дублирования принимается окончательное решение о варианте дублирования.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. В телевизионном канале связи, состоящем из приемника и передатчика, применено общее дублирование. Передатчик и приемник имеют интенсивности отказов $\lambda_п = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_{пр} = 10^{-3}$ 1/ч соответственно. Схема канала представлена на рис. 4.8.3. Оценить вероятность безотказной работы канала $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{T_c}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$.

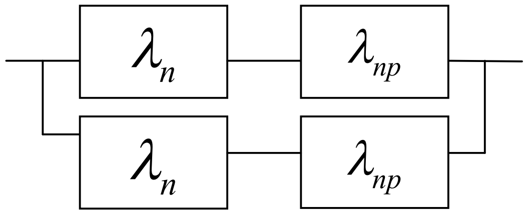


Рис. 4.8.3

Задача 2. Нерезервированная система управления состоит из $n = 4000$ элементов. Известна требуемая вероятность безотказной работы системы $P_c(t) = 0{,}9$ при $t = 100$ ч. Необходимо рассчитать допустимую среднюю интенсивность отказов одного элемента, считая элементы равнонадежными, для того, чтобы приближенно оценить достижение заданной вероятности безотказной работы при отсутствии профилактических осмотров в следующих случаях (рис. 4.8.4):

а) резервирование отсутствует;

б) применено общее дублирование.

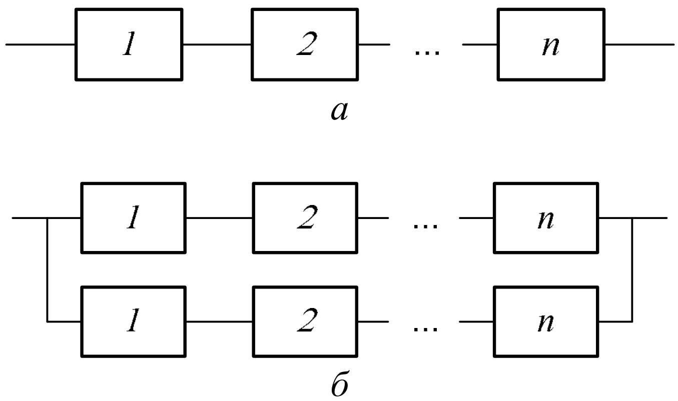


Рис. 4.8.4

Задача 3. Устройство обработки состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства $P_c(t)$ в течение (0, t) должна быть не менее 0,9. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение (0, t) для случаев (рис. 4.8.5):

а) резерв отсутствует;

б) имеется пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всего устройства в целом;

в) имеется пассивное раздельное резервирование с неизменной нагрузкой по блокам.

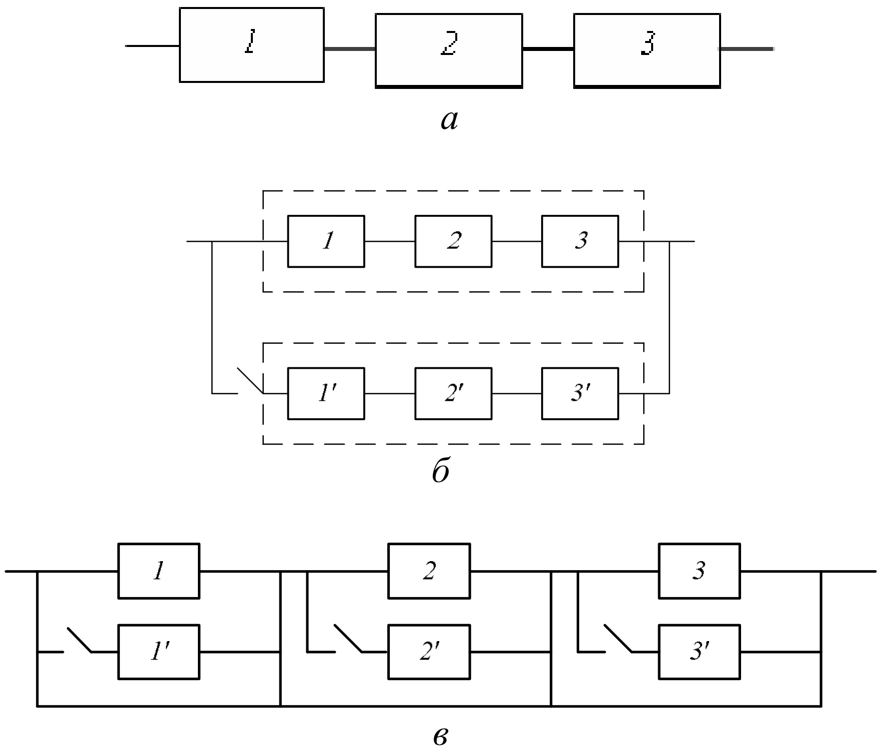


Рис. 4.8.5

Задача 4. Вычислитель состоит из двух блоков, соединенных последовательно и характеризующихся соответственно интенсивностями отказов $\lambda_1 = 120{,}54 \cdot 10^{-6}$ 1/ч и $\lambda_2 = 185{,}66 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Выполнено пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всей системы (блока 1 и 2) (рис. 4.8.6) . Требуется определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ вычислителя, среднее время безотказной работы m_{T_c}, частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\Lambda_c(t)$ вычислителя. Определить $P_c(t)$ при t = 20 ч.

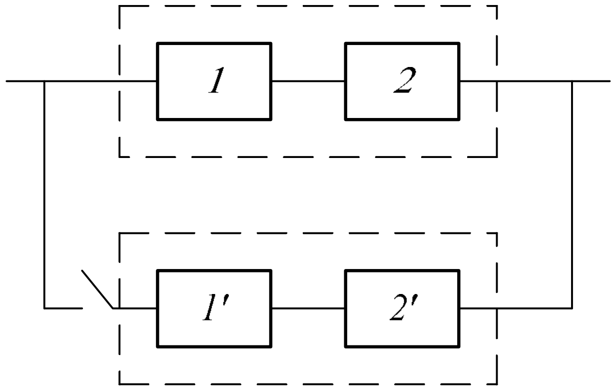


Рис. 4.8.6

Задача 5. Система состоит из двух одинаковых элементов. Для повышения ее надежности конструктор предложил дублирование системы по способу замещения с ненагруженным состоянием резерва (рис. 4.8.7). Интенсивность отказов элемента равна λ. Требуется определить вероятность безотказной работы системы $P_C(t)$, среднее время безотказной работы m_{Tc}, частоту отказов fc(t), интенсивность отказов $\Lambda_C(t)$.

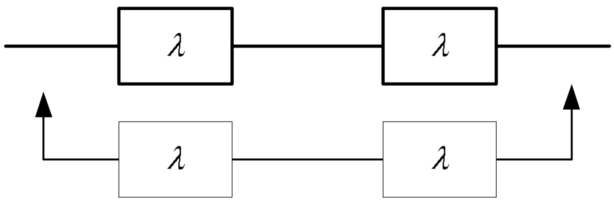


Рис. 4.8.7

Задача 6. Схема расчета надежности изделия приведена на рис. 4.8.8. Необходимо определить вероятность безотказной работы $P_C(t)$, частоту отказов fc(t) , интенсивность отказов $\Lambda_C(t)$ изделия. Найти $\Lambda_C(t)$ при t = 0.

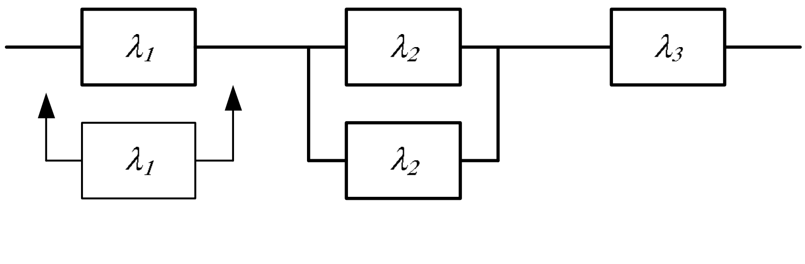


Рис. 4.8.8

Задача 7. Схема расчета надежности системы приведена на рис. 4.8.9, где А, Б, В, Г – блоки системы. Определить вероятность безотказной работы $P_C(t)$ системы.

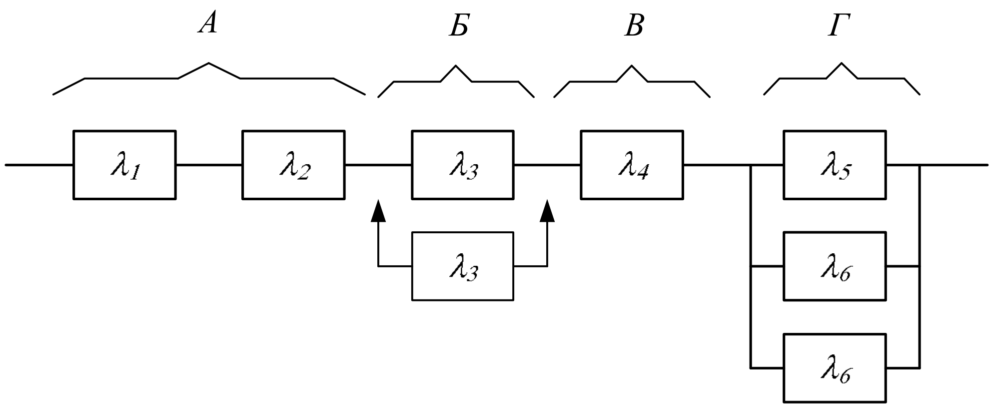


Рис. 4.8.9

Задача 8. Схема расчета надежности системы приведена на рис. 4.8.5. Определить вероятность безотказной работы $P_C(t)$ системы.

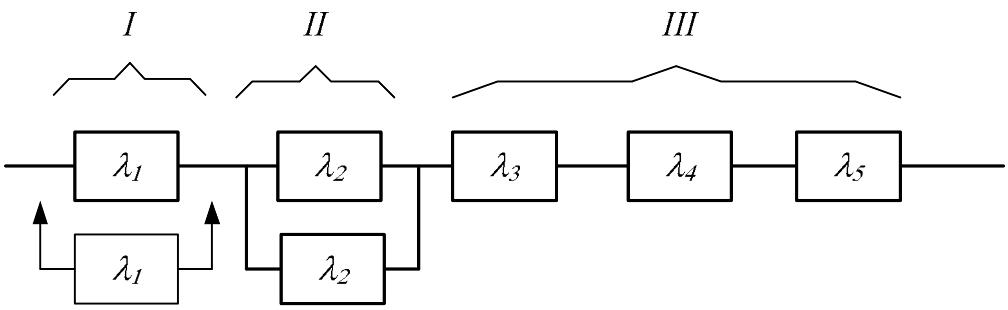


Рис. 4.8.10

Задача 9. Передающее устройство состоит из одного работающего передатчика $\left(\lambda = 8\cdot10^{-3}\ {}^{1}\!/_{ч}\right)$ и одного передатчика в облегченном резерве $\left(\lambda_0 = 8\cdot10^{-4}\ {}^{1}\!/_{ч}\right)$. Требуется определить вероятность безотказной работы устройства $P_C(t)$, среднее время безотказной работы устройства m_{Tc}. Определить $P_C(t)$ при $t = 20$ ч.

Контрольные вопросы и задания

1. Каковы основные способы повышения надежности?
2. В чем смысл структурной избыточности?
3. По каким признакам классифицируют схемы и способы резервирования?
4. Что такое нагруженный резерв?
5. Как рассчитываются показатели надежности ТС с нагруженным резервированием?
6. Как влияет схема резервирования на надежность ТС?
7. В чем сущность ненагруженного резервирования?
8. Каковы особенности расчета показателей надежности систем с ненагруженным резервом?
9. Опишите принцип функционирования ТС с облегченным резервированием.
10. Что общего и в чем отличие в расчете показателей надежности систем с облегченным резервом от систем с нагруженным и ненагруженным резервом?
11. Объясните особенности изменения показателей надежности систем с нагруженным и ненагруженным резервом в зависимости от кратности резервирования.
12. В чем особенность функционирования системы со скользящим резервированием?
13. Каковы подходы к определению показателей надежности систем со скользящим резервом?
14. Как можно оценить целесообразную кратность резервирования системы?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сегодня уже ни у кого не возникает сомнения в том, что безопасность человека в техносфере в существенной мере зависит от функционирования технических систем, его окружающих. Любая техническая система объективно потенциально опасна. Эта опасность имеет двойную природу: отказ либо сопровождается чрезвычайным происшествием: взрыв, пожар, загрязнение или заражение местности и т. п., что непосредственно угрожает здоровью и жизни человека, либо приводит к нарушению жизнеобеспечения, как, например, авария на водозаборе в системе водоснабжения города лишает его жителей важнейшего элемента жизнедеятельности. Поэтому обеспечение безопасности жизни человека перемещается в область такой эксплуатации технических систем, которая обеспечивала бы исключение аварийных ситуаций в технике. Для решения этой задачи необходимо прежде всего организовать и проводить контроль состояния системы и по его данным прогнозировать её состояние в будущем. Это позволит с определенной гарантией прогнозировать моменты на-ступления отказов в элементах системы и упреждать их путем проведения предупредительных и профилактических обслуживаний и ремонтов. Такой подход предполагает наличие методов и методик как оценки, так и прогнозирования надежности ТС и их элементов. Разработанные в теории надежности методы и модели обеспечивают решение таких задач как в общетеоретическом плане, так и в прикладных вопросах для различных типов и видов техники.

Важнейшей задачей специалистов в области техногенной безопасности является предупреждение аварийных ситуаций. Залог тому – их умение правильно оценить конкретное состояние технической системы. Современные системы оборудуются самостоятельной подсистемой – системой обеспечения безопасной эксплуатации, которая и предназначена обеспечивать безаварийное функционирование. В системах жизнеобеспечения населения регионов и населенных пунктов предусмотрено кроме того сезонное проведение профилактических обслуживаний и ремонтов. Качественное выполнение этих работ – залог надежного функционирования систем. Однако все это предполагает большие экономические и трудовые затраты, которые необходимо сопоставлять с ожидаемым риском аварии и потерями от простоя системы.

От успешного решения этих вопросов зависит надежность, безопасность, живучесть и экологическая эффективность как отдельных ТС, так и региона в целом.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Ветошкин А.Г.* Надежность технических систем и техногенный риск: учеб. пособие. Пенза, 2003.
2. *Матвеевский В.Р*. Надежность технических систем: учеб. пособие. М., 2002.
3. *Острейковский В.А.* Теория надежности: учебник. М., 2003.
4. *Пронников А.С.* Параметрическая надежность машин. М., 2002.
5. *Половко А.М., Гуров С.В*. Основы теории надежности. М., 2009.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.* Математические методы в теории надежности. М., 1966.
2. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учебник. М., 2001.
3. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие. М., 2000.
4. *Ветошкин А.Г.* Надежность технических систем и техногенный риск: учеб. пособие. Пенза, 2003.
5. *Матвеевский В.Р.* Надежность технических систем: учеб. пособие. М., 2002.
6. Надежность и эффективность в технике: справочник: в 10 т. М., 1987.
7. *Острейковский В.А.* Теория надежности: учебник. М., 2003.
8. *Пронников А.С.* Параметрическая надежность машин. М., 2002.
9. Справочник по надежности / под ред. Б.Р. Левина. М., 1969.

10. *Ушаков И.А.* Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем. М., 1991.

11. *Толстов Г.П.* Элементы математического анализа: учебное пособие. М., 1966.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

С т е п а н е н к о   Евгений Антонович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

Часть 1

Учебное пособие

Подписано в печать   . Формат 60 × 84 1/16.

Печать цифровая. Уч.-изд. л. 12, 5. Тираж 500 экз. Заказ №

Кубанский государственный университет
350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149.

Издательско-полиграфический центр
Кубанского государственного университета
350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149.